

DALL'INFINITESIMALE ALLA RELAZIONE

Un percorso marburghese

Lo scritto del 1883 *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* segna nel lavoro filosofico di Cohen, e a detta dello stesso, un momento di passaggio. Di qui la coesistenza in quest'opera di un carattere inaugurale e insieme di un tratto disorganico: alla ricchezza delle idee qui presentate si coniuga una certa transitorietà, propria di un pensiero *in fieri*, dove la molteplicità degli spunti prevale sulla compiutezza dell'elaborazione.

Da un lato lo scritto sul calcolo infinitesimale focalizza in affermazioni sistematiche alcuni punti, che guideranno gli sviluppi successivi del pensiero di Cohen e dei Marburghesi: compaiono qui per la prima volta il riferimento al *Factum* della scienza come oggetto privilegiato della filosofia, il passaggio dall'*Erkenntnistheorie* all'*Erkenntniskritik* e la presentazione dell'idealismo critico come idealismo scientifico, frutto della consapevolezza che solo nel rimando alla scienza le cose si configurano come «date e accessibili alla domanda filosofica»¹. Dall'altro lato questo lavoro contiene un'analisi incentrata sul principio delle «anticipazioni della percezione», che costituisce una revisione della posizione kantiana e una tappa di quel percorso di distacco della scuola di Marburgo dall'Estetica trascendentale, che sfocerà nella riduzione delle forme dell'intuizione pura a categorie e nella fondazione della conoscenza sull'unica base del pensiero puro².

¹) H. Cohen, *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte*, Hildesheim, Georg Olms Verlag, 1984, p. 127.

²) Mentre Cohen procede verso la soppressione di ogni residuo esterno al pensiero, che nella *Logik der reinen Erkenntnis* (1902) porterà all'eliminazione dell'Estetica trascendentale, Natorp elabora autonomamente un'analoga risoluzione, come si può leggere all'inizio dei *Logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*: «Ma innanzitutto si chiedeva attraverso quel particolare principio della filosofia trascendentale kantiana, che ciò che in Kant è separato in modo quanto meno ambiguo nei due fattori: l'intuizione pura e il pensiero puro, fosse di nuovo composto in una stretta unità e si cercasse di comprenderlo come una cosa sola, per la quale si può fissare senz'altro il nome di "pensiero puro"» (P. Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*, Leipzig, Verlag und Druck von B.G. Teubner, 1921, pp. 2-3.) Cassirer introduce, invece, un'emendazione leibniziana all'Estetica trascendentale nel segno di una lettura relazionale di spazio e tempo.

Questi due aspetti ben si compenetrano, se si considera che l'oggetto dell'interesse di Cohen non è direttamente inquadrabile né in uno studio di filosofia della matematica, come il titolo potrebbe suggerire, né in un approfondimento o rilettura delle posizioni kantiane, come in *Kants Theorie der Erfahrung: Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* è innanzitutto un lavoro sul problema della realtà, sulla possibilità di fondazione delle grandezze reali ed è solo in ragione di questo obiettivo che Cohen conduce l'indagine sul rapporto tra grandezza estensiva e intensiva e di conseguenza sulla connessione tra i due primi principi sintetici della *Critica della ragion pura*, che di queste rispettivamente stanno alla base, indagine che si risolverà in una revisione di detti principi e del postulato a loro connesso³. Sottolineo questo aspetto, perché la ricezione esterna alla scuola di Marburgo ha invece privilegiato una lettura incentrata sulla messa in discussione delle posizioni kantiane piuttosto che la centralità del problema della realtà in sé⁴: ma sembra di contro essere interessante che questa divergenza di Cohen dalla lettera del kantismo nasca proprio nel corso di un lavoro il cui segno distintivo è quello di essere frutto d'un pensiero in crescita, non ancora concluso né pago di sé. Ciò che indirizza questo divenire, questi andirivieni dell'analisi coheniana è il problema della realtà.

È utile ricostruire brevemente come Cohen arrivi a organizzare la discussione sulla realtà attraverso il concetto di differenziale: l'impostazione del problema della grandezza da cui si parte è di aperta derivazione leibniziana⁵ e fa perno sul rifiuto dell'identificazione cartesiana di estensione e realtà e sull'idea che l'estensione non vada presupposta ma generata nel pensiero puro. Cohen

³) Si tratta del principio degli «assiomi dell'intuizione», base della grandezza estensiva, di quello delle «anticipazioni della percezione», fondante la grandezza intensiva e del «postulato della realtà».

⁴) Vd. per esempio Deleuze in *Differenza e ripetizione* quando scrive «Ciò significa, conformemente a certe interpretazioni neokantiane, che esiste una costruzione interna, progressivamente dinamica, dello spazio che deve precedere "la rappresentazione" del tutto come forma di exteriorità. L'elemento di tale genesi interna ci sembra consistere nella quantità intensiva piuttosto che nello schema, e riferirsi alle idee piuttosto che ai concetti dell'intelletto. Se l'ordine spaziale delle differenze estrinseche e l'ordine concettuale delle differenze intrinseche finiscono per armonizzarsi, come dimostra lo schema, ciò è dovuto più profondamente all'elemento differenziale intensivo, sintesi del continuo nell'istante, che, sotto forma di una continua *repetitio*, genera anzitutto interiormente lo spazio conforme alle Idee» (G. Deleuze, *Differenza e ripetizione*, Milano, Cortina, 1997, p. 40).

⁵) Naturalmente sviluppata alla luce della posizione di Kant. Ricordiamo brevemente come per Kant la sensazione riveli in sé un *quid a priori*, il grado, la cui presenza necessaria precede il contenuto empirico della singola sensazione e ne costituisce il carattere permanente. Senza di esso l'oggetto della fisica si dissolve in ente matematico, e la sensazione rimane inconoscibile, esclusa dalla sfera della coscienza (per natura essa non è esprimibile attraverso grandezze estensive: sfugge all'intuizione del tempo come a quella dello spazio) e dunque inservibile per conoscere il reale: il postulato per conoscere la realtà delle cose richiede la percezione, e quindi una sensazione di cui si abbia coscienza. Il grado è quindi già in Kant un costituente fondamentale della realtà. Introducendo la grandezza intensiva come costitutiva dell'oggetto in generale egli appoggia un punto di vista anticartesiano, dissociandosi dall'idea che il reale nello spazio sia di per sé interscambiabile e si differenzi unicamente in base alla quantità estensiva ovvero all'aggregazione.

procede all'identificazione della grandezza intensiva con la qualità e, valendosi anche di una ricostruzione storica, indica in questa l'origine della grandezza estensiva, l'unità sintetica cui rimanda l'unità parziale quantitativa. A sua volta la qualità rimanda a un'unità superiore, a una determinatezza legale originaria che ha espressione nella legge di continuità come legge generale dell'unità della coscienza. Il più significativo esempio di grandezza intensiva e l'unico indispensabile alla fondazione della realtà è l'infinitesimale, il dx del calcolo ⁶, in cui si conserva il valore logico della grandezza pur nell'annullamento del suo aspetto quantitativo ⁷.

A Cohen e ai Marburghesi è ormai chiaro che l'*Anschauung* geometrica non è in grado di produrre grandezze reali (corpi fisici), nello spazio e nel tempo le cose essendo date solo come enti matematici, e che questa produzione spetta invece al calcolo infinitesimale, che così si rivela non un semplice complemento del calcolo ordinario, ma il metodo naturale senza il quale questi si scoprirebbe privo d'oggetto. Il sistema delle categorie risulta lacunoso proprio in relazione al problema della realtà: anche quelle categorie, sostanza e causalità, da cui ci si aspetterebbe tradizionalmente che garantissero la posizione degli oggetti, si rivelano insufficienti. In quanto categorie di modalità esse esprimono la possibilità di particolari rapporti tra i corpi A e B, ma presuppongono già A e B come posti o pensati. Per colmare la lacuna si impone un'ennesima rivoluzione copernicana: è il principio della realtà che deve essere presupposto da tutte le categorie e non viceversa. Dal calcolo infinitesimale si ricava non solo che la grandezza intensiva è la base logica della realtà, ma anche come quest'ultima non sia ciò che ci è dato nell'intuizione, bensì ciò che è posto nel pensiero. La fondazione della categoria di realtà sul concetto di differenziale conduce così Cohen a una rottura con l'impostazione tradizionalmente kantiana del rapporto tra *Anschauung* e *Denken*: lungo tutto lo scritto del 1883 si ha un lento e continuo sottrarre elementi (dal differenziale ⁸ alla legge di continuità ⁹) al dominio del-

⁶) Cohen e poi Natorp assumono come nozione comunemente accettata (anche da Kant) l'identità tra grandezza intensiva e infinitesimo, ma da *Das Prinzip* a rigore emerge che tale identificazione non è totale, perché dx conserva una tendenza spaziale proprio nel determinarsi come produttore di ogni estensione. Piuttosto in esso troviamo un modo della grandezza intensiva, l'esempio più riuscito rispetto a quelli storicamente antecedenti dell'atomo e della forza e la mediazione indispensabile per arrivare alla categoria della realtà.

⁷) Cassirer nella ricostruzione storica dell'*Erkenntnisproblem* indica il differenziale come esempio del lento processo di emancipazione dalle maglie della sostanzialità: esso ha natura e essenza della figura alla cui determinazione concorre, senza possederne però la forma e l'estensione.

⁸) Il differenziale si sottrae alle condizioni dell'intuizione in quanto corrisponde alla categoria della realtà: se ogni conoscenza deve essere rappresentabile nell'*Anschauung*, non così vale per tutti i mezzi, le condizioni e i principi del conoscere. L'infinitesimo fa parte delle condizioni dell'esperienza *von Seiten des Denkens*. E del resto «a che scopo sarebbe necessaria una categoria della realtà, se l'*Anschauung* fosse sufficiente a produrre e assicurare la realtà» (Cohen, *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* cit., p. 23).

⁹) «Con ciò la continuità non diviene efficace per prima cosa nell'infinita divisibilità dello spazio, essa non appartiene in primo luogo alla *Anschauung* spaziale, bensì essa costituisce una fondamentale determinazione del *Denken*, una forma originaria di quella coscienza del *Denken*, che va distinta dalla coscienza dell'*Anschauung* o dalla coscienza della sensibilità» (*ivi*, p. 37).

l'intuizione per consegnarli al lato del pensiero puro. La conoscenza dell'oggetto reale (il centro del problema della realtà nell'accezione marburghese), avendo le sue condizioni a priori in *Anschauung* e *Denken*, esige la determinazione del loro rapporto e se il punto in questione è

il mistero del concetto di differenziale, il mistero logico, che la critica della conoscenza svela,

bisogna altresì riconoscere che

il significato generale di questo svelamento consiste nella chiarificazione del rapporto fra *Anschauung* e *Denken*.¹⁰

O ancora più chiaramente:

In questo consiste il significato della realtà per il sistema della critica della conoscenza, tanto per il suo fondamento come per la sua conclusione: che essa determina con precisione il rapporto di sensibilità e pensiero e quello di spazio e tempo tra loro e con le categorie.¹¹

Il legame fra i due strumenti della conoscenza rimane imprescindibile, finché si ha di mira la realtà come realizzazione del dato; a venir messa in discussione è piuttosto la natura stessa dell'*Anschauung*, destinata attraverso una lenta evoluzione a essere ricompresa nel pensiero. Innanzitutto Cohen indica come l'intuizione sia da intendere come atto dell'*Anschauuen*, strumento metodico critico e non come una conoscenza concreta relativa a un oggetto, perché la singola *Anschauung* è già frutto della connessione fra il mezzo dell'intuire e quello del pensiero. In *Das Prinzip* non si trova un'effettiva descrizione di come questi elementi condizionino la conoscenza: mentre l'*Anschauung* è definita come relazione della coscienza a un qualcosa in quanto dato, il pensiero puro è solo caratterizzato genericamente come produttivo e il loro legame ha come unica connotazione la forma della realizzazione del dato. Il carattere dell'*Anschauung* è la pura datità, condizione necessaria per ogni oggettività e ogni conoscenza, ma non sufficiente, perché si impone l'introduzione di un principio costitutivo, di cui essa è sprovvista, che dia valore di realtà agli oggetti della natura. Questo principio è l'infinitesimale. La fondazione della categoria di realtà sul concetto di infinitesimale passa per il riconoscimento di un suo rapporto con la coscienza (che ogni realtà debba darsi in una relazione alla coscienza è un passaggio irrinunciabile per Cohen), il quale a sua volta si rivela rapporto con la sensazione. Così Cohen si riallaccia ai suoi superati interessi verso la psicofisica. Differenziale e sensazione sono in apparenza elementi completamente eterogenei, non potendo il primo essere sentito né la seconda venir espressa tramite *dx*. Ma nella sensazione, unità che mai può essere scissa, si riconosce (al pari che in *dx*) un

¹⁰) *Ivi*, p. 28.

¹¹) *Ivi*, p. 124.

rappresentante della grandezza intensiva, l'indivisibile per antonomasia. Con la sostituzione della sensazione all'intuizione come elemento privilegiato nel rapporto con la coscienza¹² e con la conversione dell'*Empfindung* all'insegna della realtà intensiva, Cohen procede nel ricondurre la sensibilità al pensiero puro e getta le basi per la ricomprensione dell'*Estetica trascendentale* nell'*Analitica*. È la sensazione come grandezza intensiva e non il suo contenuto materiale ad assumere valore decisivo, perché come scrive Cassirer,

la verità dell'oggetto non è nella sensazione, bensì viene raggiunta solo in base alla necessità del pensiero.¹³

L'analisi sul metodo infinitesimale, modificando la comprensione del rapporto fra sensibilità e pensiero, induce ad ammettere anche nella geometria una correlazione già in atto tra intuizione e principi dell'intelletto e porta di conseguenza a riconoscere come spazio e tempo presuppongano a loro volta il principio di realtà. Ma nella realtà non è una qualità dell'oggetto data dalla sensazione, bensì un prodotto della continuità del pensiero; il che sancisce la preminenza della legge sul dato e la dipendenza dell'intera architettura logica del conoscere dal carattere costruttivo del pensiero. Procedendo in questa direzione Cohen arriva nella *Logik der reinen Erkenntnis* a trasformare le intuizioni pure di spazio e tempo in categorie del pensiero matematico. Alla stessa conclusione porta l'analisi condotta da Natorp nei *Logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*: il dato come indeterminato si sfa nell'asintoticità del processo conoscitivo e l'oggetto si scopre compito e problema del conoscere, cosicché perde senso ogni discorso su una datità preesistente al pensiero. Di fronte al trionfo della categoria di relazione (per Natorp sono i termini a essere posti grazie alle loro relazioni e non viceversa), l'*Anschauung* non rappresenta un principio metodico della conoscenza diverso dal *Denken*, bensì il pensare nel suo momento originario, nella sua attitudine a svelare la determinazione dell'oggetto nella sua unicità e concretezza: il suo posto nel sistema della conoscenza sarà dopo le *Allgemeinheitsfunktionen*, corrispondenti alle categorie e ai principi di Kant. Così non rimarrà dubbio che l'unità di spazio e tempo

è innanzitutto il risultato e non una condizione preliminare di quella sintesi del pensiero, che rende possibile un'esperienza.¹⁴

Con la ricomprensione dell'intuizione entro la sfera del pensiero, si costituisce un nuovo ordine conoscitivo, il cui fulcro è il riconoscimento di come spazio e tempo debbano a loro volta presupporre il principio di realtà. Esso a sua

¹² «Perciò la sensazione è davvero più prossima alla realtà, perché ciò che essa indica, può essere risolto solo attraverso l'infinitamente piccolo, mentre l'*Anschauung* rimane assegnata principalmente alla grandezza estensiva» (*ivi*, p. 153).

¹³ E. Cassirer, *Cartesio e Leibniz*, Bari, Laterza, 1986, p. 394.

¹⁴ Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* cit., p. 277.

volta si fonda sull'infinitesimo come origine intensiva di ogni quantità estensiva: nel calcolo si dà la sintesi che produce l'oggetto reale, finito e questa sintesi si articola attraverso le sue due operazioni fondamentali della derivazione e dell'integrazione, dove il differenziale indica l'unità qualitativa e costitutiva della legge, e l'integrale l'oggetto come prodotto di uno sviluppo continuo a partire da quella legge. In linea di principio il finito risulterebbe allora conoscibile attraverso la ricostruzione di questo processo di integrazione e l'analisi infinitesimale ingloberebbe tutte le scienze, se l'uomo potesse conoscere tutte le costanti di integrazioni necessarie. Ancora una volta l'ostacolo sembra essere l'impossibilità di un'intellezione multipla e infinitamente connessa. Il possesso di un intelletto archetipico renderebbe superflua la ricostruzione mai conclusa di queste integrazioni. Ma anche accontentandosi del nostro limitato intelletto «ectypus», per Cohen si arriva a comprendere come la natura non sia un dato, un insieme di oggetti esistente in sé, a cui applicare le nostre forme e formule matematiche, ma ciò che attraverso queste forme si produce. Il carattere idealistico della realtà risiede nel nuovo rapporto instauratosi fra *Anschauung* e *Denken*: che spazio e tempo non siano i presupposti ultimi dell'oggetto reale, ma richiedano a loro volta come antecedente logico il principio di realtà ci permette di riconoscere il pensiero puro come prima condizione della conoscenza scientifica, senza rinunciare all'idea, centrale nella concezione scientifico-filosofica della realtà da Cartesio e Galilei in poi, che ciò che esiste in natura debba corrispondere alle forme fondamentali della matematica.

Nel calcolo infinitesimale si ha la sintesi che produce il finito: alla luce di questo assunto la realtà si caratterizza come coscienza, non come suo contenuto materiale, ma come forma legale della coscienza scientifica. Il senso del differenziale è allora nella legge. Su questo risultato, che Cohen prospetta e non esaurisce, si innestano gli sviluppi di Natorp e Cassirer, volti a porre in luce l'importanza dell'approccio del maestro, completandolo e dissipandone i residui di ambiguità.

Se ad esempio già dalla faticosa scrittura coheniana emerge l'impossibilità di identificare dx con una grandezza attuale, con una singola realtà effettuale, in quanto esso coincide invece col principio produttore di questa realtà, è nel *Leibniz' System* di Cassirer che viene definitivamente chiarita la questione del rapporto logico del differenziale con lo zero. Una volta riconosciuta la fondamentale distinzione tra aspetto estensivo e intensivo-concettuale, bisogna convenire che dal punto di vista quantitativo l'infinitesimo è rigorosamente zero e che la stessa idea di attribuirgli un valore quantitativo costante porta al fraintendimento della sua natura, perché lo ancora al piano oggettuale, mentre è ormai chiaro che esso rappresenta un principio, un'operazione metodica del pensiero. L'identificazione con lo zero inoltre non comporta un dissolversi della sua funzionalità concettuale, anzi scopre la sua caratterizzazione positiva proprio in questo conservarsi della compiutezza concettuale: ciò che permette di sfuggire ogni appiattimento nell'accostarlo allo zero algebrico è l'architettonica dell'infinitamente piccolo. Proprio l'articolarsi nei diversi ordini di differenziali mantiene la possibilità della differenziazione interna. L'importanza di questa architettonica è un motivo centrale per lo stesso Cohen: il differenziale è memoria di una forma che si è dissolta e tensione verso la generazione di un nuovo spazio, di una nuova

forma e conserva in questo un rimando materico; la gerarchia dei differenziali, al contrario, disperde ogni residuo dell'immaginario sostanzialistico. Non a caso su questo tema convergono gli interessi di Natorp e soprattutto del Cassirer di *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*. In quest'ottica la determinatezza logica del differenziale esiste solo grazie all'articolazione in ordini superiori, in virtù della quale esso diviene

il fondamento metodico della possibilità di differenziare contenuti qualitativamente.¹⁵

Nel paragrafo 102 di *Das Prinzip* Cohen spiega come tutti i diversi tipi di qualità possano prodursi a partire dalla grandezza intensiva:

[...] dx con i suoi più alti ordini contiene il fondamento della possibilità di una illimitata varietà di qualità e cose. Ogni differenziale è come la monade *un monde entier plein d'une infinité*.¹⁶

Se fin qui Cohen ha indicato come nella gerarchia dei diversi ordini dell'infinitamente piccolo sia da rintracciare il principio di diversificazione della realtà, di qualità e cose, egli fa un passo ulteriore quando afferma:

La differenza di qualità deve essere pensata [...] come una differenza di realtà.¹⁷

Ma asserire che a ogni differenza di qualità debba corrispondere una differenza di realtà porta con sé il rischio, formulato da Preti,

di indurre nella tentazione metafisica e di far pensare a vari piani di realtà ontologica distinti, a modi analoghi dell'essere, mentre di fatto si tratta di differenze nella struttura del discorso.¹⁸

Se Cohen subisce ancora il fascino della monadologia infinitesimale (che tanto sedusse l'immaginario scientifico del primo Settecento), di una realtà infinitamente stratificata, di una scala di mondi leibnizianamente racchiusi l'uno nell'altro, che ci si rivela grazie alla potenza descrittiva-produttiva del calcolo, sono proprio i contributi di Natorp e Cassirer ad allontanare dal pericolo di assolutizzazioni metafisiche: la gerarchia di differenziali di diversi ordini non è più giustificata solo dal suo essere "ben fondata", dal fornire spiegazioni efficaci e suggestioni seducenti a filosofi e scienziati, ma diviene una necessità interna al sistema, un'esigenza fondazionale cui non ci si può sottrarre. Attraverso gli infiniti ordini di infinitesimali e la conseguente relativizzazione di ogni unità di misura Natorp scopre come la legalità del pensiero non sia altro che «legalità della

¹⁵) Cassirer, *Cartesio e Leibniz* cit., p. 131.

¹⁶) Cohen, *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* cit., p. 147.

¹⁷) *Ibidem*.

¹⁸) G. Preti, *Il mondo reale*, in Id., *Praxis e empirismo*, Torino, Einaudi, 1957, p. 110.

relazione, valida per relazioni di relazioni e così via senza limite»¹⁹. Per una compiuta fondazione dell'analisi Natorp riconosce la necessità logica di estendere gli ordini istituiti da Cantor per l'infinitamente grande attraverso la serie dei suoi «Alef» anche all'infinitamente piccolo. L'instaurarsi di questa corrispondenza richiede, però, come comprese per primo Veronese, la rinuncia al principio di Archimede, identificato come il maggiore ostacolo all'ammissione dell'esistenza dell'infinito attuale. Invece dell'infinito in senso classico ci si trova davanti infinite serie di infiniti e infinite serie di tali serie in un processo che risulta lecito, dal momento che ogni serie è determinata. La scoperta che anche una serie infinita è determinabile attraverso la sua legge generatrice è all'origine del potere del pensiero sull'essere, espresso dal metodo infinitesimale, ed è il cuore dell'idealismo scientifico di Marburgo. Il primo passo in questa direzione consiste nel riconoscere che anche l'infinito può dotarsi di una determinatezza paragonabile a quella di un qualunque valore finito²⁰. Cassirer in *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* indica come la novità concettuale introdotta dal passaggio dalla geometria analitica a quella differenziale consista proprio «nella pluralità infinita di determinazioni concettuali, dalla cui riunione soltanto risulta la curva come totalità concettuale»²¹. Il metodo dell'analisi infinitesimale mostra chiaramente come l'infinità di elementi determinanti non produca un dissolvimento dell'unità e dunque di ogni determinatezza, ma permetta anzi, una volta ricomposta l'unità del concetto, di raggiungere un grado maggiore di sottigliezza e di completezza nel conoscere: proprio la determinatezza del concetto, in quanto non è esaurita dal primo grado del differenziale, esige questo metodo per esprimere con sempre maggior aderenza la molteplicità e la sua origine in una determinazione legale. Gli ordini superiori dei differenziali pongono in rilievo quel legame del singolo punto con la legge che gli conferisce la capacità di anticipare il tutto (per esempio il tutto di una curva, data l'equazione differenziale che assegna a ogni punto una direzione di movimento).

Nel differenziale la realtà è quindi non solo posta ma fondata, e poiché la fondazione cui mira il neokantismo marburghese è dichiaratamente trascendentale e non metafisica, si può dire che il finito è fondato nell'infinitamente piccolo in quanto ne è determinato scientificamente, e a questa determinazione e oggettivazione appartiene il calcolo. Cioè il finito, oggetto della scienza della natura, è pensabile come una somma di realtà intensive infinitesime, quindi come un integrale, come un'infinita somma di infinitesimi. Allora dx va inteso come quel grado nel processo di realizzazione, cui un integrale x può risalire come alla sua unità costitutiva, *Realitäts-Einheit*. Mentre il differenziale esprime la realtà come

¹⁹) Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* cit., p. 186.

²⁰) È la direzione in cui si sono mossi Cantor e Weierstrass, riconoscendo le serie infinite come forme matematiche determinate. Tra i numerosi punti di convergenza fra il punto di vista dei matematici di fine Ottocento e le posizioni del neokantismo marburghese si ricordi *en passant* la possibilità di una definizione dell'infinito in termini statici, anteriormente a ogni immagine di divenire temporale, base del concetto di limite e della formalizzazione del calcolo; il riconoscimento della natura assiomatica della legge di continuità e della sua anteriorità logica rispetto alle forme dell'intuizione pura spazio e tempo.

²¹) E. Cassirer, *Sostanza e funzione*, Firenze, La Nuova Italia, 1999, p. 103.

condizione costitutiva del pensiero, l'integrale caratterizza il reale come oggetto, venendo così a rappresentare la determinazione scientifica del finito. Anche nel *Leibniz' System* di Cassirer il rapporto tra l'elemento originante e il costruito originato, tra il punto e ciò che è prodotto dalla sua continuazione, è pensabile in termini di relazione tra un differenziale e il suo integrale. L'unità qualitativa espressa dal differenziale è l'unità della legge (cfr. *infra*). Si legge infatti:

L'unità parziale quantitativa rinvia come suo presupposto ad un'identità concettuale della legge, in cui la grandezza nasce.

E ancora:

L'unità qualitativa della legge costituisce il concetto di *differenziale*, mentre l'*integrale* designa la grandezza in quanto generata in uno sviluppo continuo a partire da questo fondamento legale e in quanto solo ora essa può valere come *data* nel senso puro dell'espressione.²²

Questo portato dell'analisi infinitesimale diviene per Cassirer l'esempio di un problema generale del pensiero scientifico-filosofico, che

si pone in realtà un duplice compito: il compito dell'analisi di un determinato nesso relazionale in tipi elementari di relazioni e quello della sintesi in questi semplici tipi e leggi di formazione in relazioni di ordine superiore.²³

Il movimento del pensiero scientifico secondo l'analisi e la sintesi, l'induzione e la deduzione, ha quindi lo stesso ritmo scandito dalle operazioni fondamentali del calcolo infinitesimale, il quale evoca così un nuovo modo della loro conciliazione. Così il differenziale, che si è rivelato come strumento della conoscenza della natura e insieme organo della sua produzione, è profondamente legato alla forma stessa del pensare.

Certo nell'affrontare la lettura di *Das Prinzip* non è difficile essere sfiorati da dubbi circa la sensatezza del porre come origine dell'esteso l'inesesto. Rimozioni verso una simile impostazione si trovano abbondantemente disseminate nell'odierno dibattito filosofico sulle posizioni nichiliste del pensiero contemporaneo, per esempio:

L'oggetto dell'indagine conoscitiva, insomma, non può che essere dissolto nella sua stessa realtà. D'altra parte, la stessa geometria euclidea non poggiava forse le sue basi sull'impossibilità di definire se stessa come razionale? Cosa mai vuol dire che lo spazio geometrico è fondato sul punto che non ha estensione? Nulla, non vuol dire assolutamente nulla: è un semplice assurdo logico sostenere che l'estensione è fondata sul punto che non ha parti.²⁴

²²) Cassirer, *Cartesio e Leibniz* cit., p. 125.

²³) *Ivi*, p. 106.

²⁴) G. Cantarano, *Immagine del nulla*, Milano, Mondadori, 1998, p. 6.

Oppure:

[...] il genere della geometria, il suo oggetto, ossia l'estensione (specie della quantità), avrebbe come elemento primo – in esso contenuto – qualcosa che al genere non appartiene, in quanto inesteso. Il punto come causa trascendentale. Di esso i moderni pudicamente evitano la definizione.²⁵

A questo genere di obiezioni rispondono i contributi di Natorp e Cassirer, che liberano la geometria da questa imputazione di tendenziosità originaria, dalla colpa adamitica di legare il suo sviluppo a un'origine inaccettabile: elaborando le posizioni di Cohen nel senso di una preminenza del concetto di legge rispetto a quello di differenziale, essi sottolineano come l'origine della grandezza finita non sia l'infinitesimale o il punto, ma la legge, che la si pensi concentrata intensivamente nel punto o estesa quantitativamente nel segmento. Scrive Natorp:

Questo è il chiarissimo senso dell'espressione inizialmente oscura, secondo cui dalle infinite variazioni infinitamente piccole risulta la legge per un tratto finito della variazione, ovvero il senso del processo, inverso alla differenziazione, di integrazione. La legge vale per tutti i punti della traiettoria. Questa totalità qualitativa della legge in quanto espressione generale del cambiamento spiega l'"infinitamente grande" e l'"infinitamente piccolo"; altri enigmi a questo proposito non vanno cercati.²⁶

Per Natorp il quoziente differenziale dy/dx esprime non una quantità, ma una legge, una legge più ampia che può sussumere i casi qualitativamente diversi della tangente e della secante. Il valore del metodo infinitesimale si chiarisce: risiede in ultima analisi nel suo essere un mezzo universale di unificazione tra diversi generi di grandezze entro l'ambito della scienza. Esso produce la realtà solo in quanto produce una continuità del pensiero laddove questa prima mancava. Non è banale strumento di semplificazione della pratica matematica ma ciò che fonda l'oggetto di questa pratica: la quantità da sola fornisce unicamente un sistema di posti, l'unione di qualità e relazione che si attua nel calcolo produce ciò che occuperà quei posti. Nell'ottica di Natorp, segnata dal primato logico della categoria di relazione, indicare il calcolo infinitesimale come luogo dell'incontro di qualità e relazione significa assegnargli un ruolo centrale nell'organizzazione della conoscenza. Nei *Logischen Grundlagen* viene messo in risalto la relativizzazione che l'unità subisce attraverso il metodo infinitesimale, ogni unità di misura venendo a trovarsi infinitamente piccola rispetto a quella che la precede nella gerarchia degli ordini di differenziali. Anche la grandezza intensiva deve dunque rinunciare a ogni rivendicazione di valore assoluto, perché è sempre possibile un'ulteriore differenziazione e quindi una nuova espressione puntuale della legge. Questa spoliatura della realtà di ogni suo aspetto "cosale", sostanziale, la sua ristrutturazione sul perno della grandezza intensiva-infinitesi-

²⁵) G. Colli, *Filosofia dell'espressione*, Milano, Adelphi, 1969, p. 195.

²⁶) Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* cit., p. 214.

male e insieme lo spostamento del baricentro del sistema categoriale verso la relazione è perfettamente in linea con il procedere di Cassirer verso una dissoluzione dell'oggetto in una rete di rapporti funzionali e determina la "via marburghese" di completa risoluzione del dato empirico nelle funzioni conoscitive. L'identificazione tra oggettivazione e realtà, operata da Cohen e il superamento di Cassirer di ogni residuo sostanzialistico nell'oggetto fisico non portano a una perdita di oggettività, ma inaugurano una forma di oggettività più alta, che non ha più bisogno del realismo ingenuo, ma che si fonda sui concetti di legge e di serie per dare forma di sistema alla natura. Avviene così che

il reale contenuto del pensato a cui la conoscenza perviene corrisponde perciò esattamente alla forma attiva del pensiero.²⁷

Da un lato il concetto di realtà, di cui è portatore il differenziale di Cohen, sradica il realismo ingenuo «in quanto ci disabituava al fatto di richiedere in primo luogo la datità sensibile come oggettivo requisito di verità»²⁸, dall'altro la più alta formalizzazione degli sviluppi, che Natorp e Cassirer traggono dai risultati coheniani, svela la complessa articolazione, attraverso cui il reale si presenta come sistema dell'esperienza. La totalità delle cose sensibili per essere scientificamente conoscibile va riferita a un sistema di leggi necessarie. Questo sistema, percorribile secondo le direzioni e le forme date dalle operazioni del calcolo (di integrale e derivata), è il risultato di un'unificazione e questa unificazione è il frutto di un'attività produttiva del pensiero puro. Posto allora che la domanda sottesa da Cohen al discorso sul metodo infinitesimale verta sul ruolo del pensiero nella produzione del dato e che lo scritto del 1883 offra una prima e più o meno diretta rivendicazione del primato del pensiero sull'essere, si possono leggere gli apporti di Natorp e Cassirer, in linea con un più assiduo dialogo con le scienze esatte, come una precisazione di questa ancor generica rivendicazione in direzione di un riconoscimento della centralità della categoria di relazione. Solo attraverso il concetto di relazione è ormai possibile giungere all'oggetto. E il prototipo di questa relazione funzionale era già nel differenziale di Cohen.

Il primato della categoria di relazione si fa strada nelle trattazioni di Natorp e Cassirer grazie all'attenzione dedicata a due concetti fra loro strettamente connessi e che affondano le loro radici nell'impostazione di Cohen: il concetto di limite e quello di serie. In proposito va ricordata la considerazione sostanzialmente negativa che il fondatore della scuola di Marburgo ha per la *Grenzmethode*²⁹, vista come incapace di rappresentare in sé il momento dell'origine e la connessione con la legge di continuità. Natorp rimprovera esplicitamente a Cohen l'ingiusto rifiuto del metodo del limite come fondamento del calcolo infinitesimale, rintracciandovi la principale debolezza del suo lavoro³⁰, ed è proprio l'uso del li-

²⁷) Cassirer, *Sostanza e funzione* cit., p. 426.

²⁸) Cohen, *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* cit., p. 128.

²⁹) Cohen considera il metodo del limite sempre nella versione precedente alla formulazione di Weierstrass e Cauchy nella forma ϵ - δ .

³⁰) Cfr. Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* cit., p. 176.

mite che permette a Cassirer di spiegare come l'infinita divisibilità non comporti la dissoluzione della determinatezza logica della grandezza: a tutte le infinite suddivisioni viene assegnato un limite determinato, cosicché l'individualità della grandezza non si perde. È al modello della serie che si ispira questo ragionamento. Essa rappresenta la grandezza con più rigore di qualunque approssimazione, purché non si pensi di poterne esaurire il senso, enumerando i singoli membri: è la legge originante la progressione che dà senso e unità alla serie e che incarna l'infinito determinante il finito. La preminenza del pensiero rispetto al dato, propria dell'idealismo, raggiunta nella formazione di una grandezza a partire dalla sua legge, si completa solo se la singola determinazione concettuale è inserita in un sistema di relazioni e non rimane isolata. Il punto di partenza nella formazione del concetto di un oggetto è pensare ogni elemento come membro di una serie e coordinare poi questa pluralità di serie tra loro. Cassirer indica il centro della produzione idealistica della realtà nel concetto di legge, perché vede più chiaramente di Cohen come la connessione seriale, fondamentale per il costituirsi del concetto dell'oggetto, e dunque dell'oggetto medesimo, avviene mediante corrispondenze funzionali e che la determinatezza della serie, quella necessità, propria anche di Cohen, che l'infinito sia illimitato ma non indeterminato, si raggiunge mediante la convergenza (la determinatezza conferita alla serie dalla sua convergenza è immanente, perché non richiede la conoscenza di altri elementi al di fuori di quelli della successione stessa) di queste serie, cioè grazie alla comprensione del significato positivo del concetto di limite e delle potenzialità dei suoi ultimi sviluppi matematici. Questa impostazione è possibile solo se si accetta di riconoscere cartesianamente anche l'infinito come forma accessibile agli strumenti della ragione. E ciò che sfugge a Cohen, ma non a Natorp e Cassirer, è che il passaggio al limite è adatto a risolvere l'indeterminatezza dell'infinito, che renderebbe inafferrabile la natura della serie: il limite ne conserva l'inesauribile potenzialità, ma la coagula in un'unità formale. E per far questo non ha bisogno di barattare l'essere con il divenire, come Natorp spiega con chiarezza:

Ma la progressione non è che attraverso il numero; il più presto e il più tardi significano solo il rapporto di posizione, il prima e il dopo nel conteggio; il movimento è solamente quello del pensiero, che, in serie regolata da legge, passa di valore in valore, mentre i valori e i rapporti di valori stessi sono fissi, prima come dopo e in eterno, e insieme all'infinito, sono solamente, non divengono.³¹

Non è il divenire o il movimento o un qualche legame privilegiato col tempo l'ambito logico del concetto di limite e di quello di serie: le connessioni sistematiche, che interessano dal momento in cui l'accento è posto sulla idea di legge e di conformità a una legge, ovvero di funzione, appartengono al campo della relazione. Cassirer ritiene che nel corso della storia della filosofia il concetto di relazione sia stato sottoposto a una sistematica svalutazione: già la dottrina aristotelica degrada la categoria di relazione a qualcosa di accessorio, in completa di-

³¹) Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* cit., pp. 206-207.

pendenza dal concetto di essere. Anche Cohen, per quanto liberi la categoria di relazione dal dominio della sostanza, la sottomette al principio di realtà. Invece la novità logica, su cui concordano Natorp e Cassirer, sono i concetti di serie e funzione, grazie ai quali si entra nel campo in cui regna la sintesi della relazione.

È a Natorp che va ascritto il merito di questo spostamento di piani: egli apre il paragrafo dei *Logischen Grundlagen* dedicato alla relazione, spiegando come a partire da quantità e qualità si abbia forse l'oggetto, ma mai gli oggetti, cioè si possa arrivare al costituirsi dell'oggetto singolo in sé ma mai al suo collocarsi entro l'esperienza. L'esperienza è data da un determinarsi reciproco degli oggetti e perché questo sia possibile non ci si può fermare a una sintesi semplice (come quella di qualità e quantità), ma occorre una sintesi di sintesi. Qualità e quantità sono già relazioni («Denken heisst überhaupt Beziehen³²»); il campo della categoria di relazione si apre quando si tratta di relazioni di relazioni, ovvero di relazioni funzionali. Funzione e legge, l'una appartenente al linguaggio della matematica, l'altra della scienza della natura³³, sono ordinamenti totali e i membri tra cui questi ordinamenti vanno instaurati sono serie, serie di grandezze precedentemente prodotte da sintesi quantitativo-qualitative. L'ordine di ogni serie di serie si determina attraverso una relazione legale con tutte le serie parallele: su questa crescente complessità poggia il concetto di natura come sistema di leggi. La possibilità di un ordine comune di tutte queste serie è dato dalla possibilità che esse hanno di connettersi a una serie fondamentale: la serie temporale, modo d'ordine comune e privo di differenze per tutto l'accadere. Essa a sua volta rimanda a un altro ordine seriale fondamentale: lo spazio. Insieme spazio e tempo forniscono i termini di riferimento necessari per determinare il cambiamento nelle sue relazioni dinamiche.

Ciò che più ci interessa è sottolineare come Natorp non solo depotenzi la categoria di sostanza in favore di quella di relazione, ma come tutto il riconoscimento del ruolo costitutivo del pensiero nei confronti dell'essere sia riconducibile al primato logico della relazione:

Ma stando al contenuto pensare è: porre relazioni, null'altro. La relazione richiede i termini; ma nemmeno essi precedono la relazione, al contrario essa pone per prima cosa anche i termini. Quindi nulla al di fuori di questo noi poniamo a fondamento: il porre la relazione, con cui allo stesso tempo vengono posti i termini della relazione.³⁴

Pensare che i concetti di funzione, serie, legge abbiano nel differenziale coheniano il loro antecedente diventa particolarmente rilevante, se si considera il dibattito che in quegli stessi anni aveva luogo fra neokantismo e logicismo matematico: gli attacchi di Russell e Couturat (che sosteneva apertamente la smen-

³²) *Ivi*, p. 67.

³³) Per Natorp le leggi della relazione sono indispensabili in primo luogo non per la costruzione della fisica, bensì per quella della matematica pura. Non sarebbe possibile rappresentare la natura in leggi di forma matematica, se la forma fondamentale della legalità non fosse la stessa per matematica e scienza naturale.

³⁴) Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* cit., p. 99.

tita di Kant a opera della matematica e della logica del XIX secolo) sulla fondazione sintetica della matematica e la pecca del residuo empiristico rappresentato dall'intuizione pura, si intrecciano alle repliche di Poincaré, Brunschvicg, Cassirer. La discussione si amplia con l'avvento delle teorie della relatività, che sembrano celebrare la fine delle concezioni kantiane di spazio e tempo. Natorp, nel confrontarsi nel 1910 con la teoria della relatività ristretta, sostiene che l'interpretazione di spazio e tempo come ordinamenti legali, condizioni della possibilità dell'oggettività, non sia intaccata dalla relativizzazione della loro misura empirica. Cassirer affronta nel suo lavoro del 1921, *Zur Einsteinschen Relativitätstheorie*, una visione ulteriormente complicata dalla formulazione della teoria generale della relatività, cui si affianca l'uso della geometria non-euclidea di Riemann. Per mantenere l'a priori kantiano di spazio e tempo, Cassirer riconosce la necessità di scioglierlo da ogni vincolo a un qualsivoglia contenuto materiale, per spezzare i vincoli che lo legavano alla geometria euclidea e alla fisica newtoniana, e così facendo amplia indefinitamente la sua natura relazionale. Se, come scrive Ferrari, è

nel riconoscimento del primato del concetto di "ordine" su quello di "misura" che si fondava la possibilità di conciliare il trascendentale con la fisica moderna [...] ³⁵

diventa allora evidente come la posizione marburghese entro questo dibattito, la cui centralità nell'ottica di una certa concezione della filosofia è indubbia, ha le sue più antiche radici in quella testarda (e formulata in termini troppo antiquati e confusi, "non competitivi" verrebbe da dire) rivendicazione della preminenza del qualitativo (la qualità è il fondamento del pensiero) sul quantitativo, perseguita da Cohen sotto lo stendardo del suo differenziale. È quindi naturale che Cassirer veda nell'opera di Cohen «il primo e più significativo esempio del generale punto di vista che riconduce dal concetto di grandezza al concetto di funzione, dalla "quantità" alla "qualità," come al vero fondamento» ³⁶. La discussione sull'infinitesimale è centrale in questo crocevia di problemi che apre i nuovi tempi, perché permette la strutturazione dei mezzi che serviranno a fornire una risposta alle questioni insorgenti. Essa si rivela indispensabile proprio su quel terreno dove il neokantismo dovrà dar prova del suo diritto alla sopravvivenza filosofica.

MARA FERRIERI
maraferrieri@libero.it

³⁵) M. Ferrari, *Il Neocriticismo*, Roma - Bari, Laterza, 1977, p. 192.

³⁶) Cassirer, *Sostanze e funzione* cit., p. 136.