

18
December 2018

<i>Gaetano Domenici</i> Editoriale / Editorial «Comportamento insegnante» e sviluppo del pensiero scientifico <i>(The Attitude that it Teaches and the Development of Scientific Thought)</i>	11
--	----

STUDI E CONTRIBUTI DI RICERCA

STUDIES AND RESEARCH CONTRIBUTIONS

<i>Paola Ricchiardi - Federica Emanuel</i> Soft Skill Assessment in Higher Education <i>(Valutare le soft skill in Università)</i>	21
<i>Gamal Cerda Etchepare - Carlos Pérez Wilson</i> <i>Karina Pabón Ponce - Verónica León Ron</i> Análisis de los esquemas de razonamiento formal en estudiantes de Educación Secundaria Chilenos mediante la validación del Test of Logical Thinking (TOLT) <i>(Formal Reasoning Schemes Analysis in Chilean Secondary Education Students through the Validation of the Test of Logical Thinking - TOLT)</i> <i>(Analisi degli schemi di ragionamento formale degli studenti della Scuola Secondaria cilena attraverso la validazione del Test del Pensiero Logico - TOLT)</i>	55

- Laura Occhini*
Orientamento universitario in entrata: misurare l'efficacia 75
(*Universitary Incoming Orientation: Measure Forcefullness*)
- Giulia Bartolini - Giorgio Bolondi - Alice Lemmo*
Valutare l'apprendimento strategico: uno studio empirico 99
per l'elaborazione di uno strumento
(*Evaluating Strategic Learning: An Empirical Study for the Elaboration of an Instrument*)
- Kenneth T. Wang - Tatiana M. Permyakova*
Marina S. Sheveleva - Emily E. Camp
Perfectionism as a Predictor of Anxiety in Foreign Language 127
Classrooms among Russian College Students
(*Il perfezionismo come predittore di ansia nei corsi di lingua straniera per studenti universitari russi*)
- Li-Ming Chen - Li-Chun Wang - Yu-Hsien Sung*
Teachers' Recognition of School Bullying According 147
to Background Variables and Type of Bullying
(*Riconoscimento da parte degli insegnanti del bullismo scolastico in relazione a variabili di sfondo e tipo di bullismo*)
- Laura Girelli - Fabio Alivernini - Sergio Salvatore*
Mauro Cozzolino - Maurizio Sibilio - Fabio Lucidi
Affrontare i primi esami: motivazione, supporto all'autonomia 165
e percezione di controllo predicono il rendimento degli studenti
universitari del primo anno
(*Coping with the First Exams: Motivation, Autonomy Support and Perceived Control Predict the Performance of First-year University Students*)
- Nicoletta Balzaretto - Ira Vannini*
Promuovere la qualità della didattica universitaria. 187
La Formative Educational Evaluation in uno studio pilota
dell'Ateneo bolognese
(*Promoting Quality Teaching in Higher Education. A Formative Educational Evaluation Approach in a Pilot Study at Bologna University*)
- Emanuela Botta*
Costruzione di una banca di item per la stima dell'abilità 215
in matematica con prove adattative multilivello
(*Development of an Item Bank for Mathematics Skill Estimation with Multistage Adaptive Tests*)
-

<i>Rosa Cera - Carlo Cristini - Alessandro Antonietti</i> Conceptions of Learning, Well-being, and Creativity in Older Adults <i>(Concezioni dell'apprendimento, benessere e creatività negli anziani)</i>	241
<i>Marta Pellegrini - Giuliano Vivanet - Roberto Trincherò</i> Gli indici di effect size nella ricerca educativa. Analisi comparativa e significatività pratica <i>(Indexes of Effect Sizes in Educational Research. Comparative Analysis and Practical Significance)</i>	275
<i>Antonio Calvani - Roberto Trincherò - Giuliano Vivanet</i> Nuovi orizzonti della ricerca scientifica in educazione. Raccordare ricerca e decisione didattica: il Manifesto S.Ap.I.E. <i>(New Horizons for Scientific Research in Education. Linking Research and Educational Decision: The Manifesto S.Ap.I.E.)</i>	311
<i>Giusi Castellana</i> Validazione e standardizzazione del questionario «Dimmi come leggi». Il questionario per misurare le strategie di lettura nella scuola secondaria di primo grado <i>(Validation and Standardization of the Questionnaire «Tell Me How You Read». The Questionnaire on Reading Strategies in the Lower Secondary School)</i>	341
<i>Laura Menichetti</i> Valutare la capacità di riassumere. Il Summarizing Test, uno strumento per la scuola primaria <i>(Evaluating Summarizing Skills. The Summarizing Test, a Tool for Primary School)</i>	369

NOTE DI RICERCA

RESEARCH NOTES

<i>Elsa M. Bruni</i> La valutazione vista da lontano: lo sguardo della pedagogia generale (II) <i>(Evaluation Viewed from a Distance: The Vision of General Pedagogy - II)</i>	399
<i>Giorgio Bolondi - Federica Ferretti - Chiara Giberti</i> Didactic Contract as a Key to Interpreting Gender Differences in Maths <i>(Il contratto didattico come una chiave di lettura per interpretare le differenze di genere in matematica)</i>	415

<i>Elisa Cavicchiolo - Fabio Alivernini</i> The Effect of Classroom Composition and Size on Learning Outcomes for Italian and Immigrant Students in High School <i>(L'impatto della composizione e della dimensione della classe sugli apprendimenti degli studenti italiani e immigrati nella scuola secondaria di secondo grado)</i>	437
<i>Marta Pellegrini - Lucia Donata Nepi - Andrea Peru</i> Effects of Logical Verbal Training on Abstract Reasoning: Evidence from a Pilot Study <i>(Effetti di un training logico verbale sulle capacità di ragionamento astratto: risultanze da uno studio pilota)</i>	449
<i>Massimiliano Smeriglio</i> Porta Futuro Lazio: l'innovazione possibile nel servizio pubblico per lo sviluppo dell'occupabilità in ottica lifelong learning <i>(Porta Futuro Lazio: A Possible Public Service Innovation for Employability's Development in a Lifelong Learning View)</i>	459
<i>Giorgio Asquini</i> Osservare la didattica in aula. Un'esperienza nella scuola secondaria di I grado <i>(Classroom Observation. A Study in Lower Secondary School)</i>	481
COMMENTI, RIFLESSIONI, PRESENTAZIONI, RESOCONTI, DIBATTITI, INTERVISTE COMMENTS, REFLECTIONS, PRESENTATIONS, REPORTS, DEBATES, INTERVIEWS	
<i>Antonio Calvani</i> Per un nuovo dibattito in campo educativo <i>(For a New Debate in the Educational Field)</i>	497
<i>Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies</i> Notiziario / News	503
Author Guidelines	505

Valutare l'apprendimento strategico: uno studio empirico per l'elaborazione di uno strumento

Giulia Bartolini¹ - Giorgio Bolondi² - Alice Lemmo³

¹ Istituto Comprensivo Castello di Serravalle, BO (Italy)

² Libera Università di Bolzano - Faculty of Education (Italy)

³ Istituto Comprensivo Bassa Anaunia - Tuenno, TN (Italy)

DOI: <http://dx.doi.org/10.7358/ecps-2018-018-bart>

giulia.bartolini31@gmail.com

alice.lemmo@gmail.com

giorgio.bolondi@unibz.it

EVALUATING STRATEGIC LEARNING: AN EMPIRICAL STUDY FOR THE ELABORATION OF AN INSTRUMENT

ABSTRACT

The aim of this research is to provide the teacher with a useful tool for assessing problem solving processes in primary school students. Our attention is focused on formative assessment. Starting from this choice, we deepen the theme of assessment in mathematics, in particular we focus on a specific mathematical component linked with the strategic process. To this end, we describe a tool that allows us to describe the behavior of the students involved in solving a mathematical problem. This tool, called «behavior coding tool», is based on the model presented by Alan H. Schoenfeld on the study of the problem solving process. To validate the tool we select and analyse two mathematics tasks that we subsequently present to a group of primary school students. In this paper we will see how the presented «behavior coding tool» is functional to teachers who intend assessing students involved in a mathematics task and monitoring the problem solving process.

Keywords: Behavior coding tool; Formative assessment; Problem solving assessment; Problem solving process.

1. INTRODUZIONE

La valutazione nella scuola è un tema fortemente discusso da diversi decenni. Con il termine *valutazione* si intende l'atto dell'attribuzione di valore a qualcosa o qualcuno (Domenici, 2003). Per attribuire tale valore, coloro che hanno una responsabilità valutativa dovrebbero sia riferirsi ai recenti modelli metodologici, sia avvalersi di tecniche e strumenti rigorosamente pensati (*ibidem*).

I primi studi in Europa sulla valutazione scolastica risalgono ai primi anni del Novecento; si deve a Piéron l'introduzione del termine *docimologia* nel 1922, per riferirsi alla scienza degli esami.

Una delle funzioni che più caratterizza l'azione dell'insegnante in aula è la costante valutazione, intesa sia in senso formativo che sommativo.

La valutazione formativa o valutazione per l'apprendimento si focalizza sui singoli apprendimenti e ha lo scopo di favorirli ed incoraggiarli. La verifica dell'apprendimento avviene in modo continuo ed analitico durante il percorso di istruzione per acquisire un flusso costante di informazioni (feedback) utili per adeguare in itinere le strategie di insegnamento-apprendimento in relazione agli obiettivi da conseguire. Le prove formative dovrebbero essere considerate parte del processo di apprendimento e non del processo di giudizio (Vertecchi, 2003).

Il nostro intento in questo lavoro è quello di riferirci alla valutazione formativa intesa come parte integrante del processo di apprendimento. Tale valutazione si fonda sulla convinzione che qualunque allievo possa migliorare grazie ai continui feedback che consentono all'insegnante di riprogettare la propria didattica partendo dalle lacune dei bambini.

Affinché si attuino questi miglioramenti sull'apprendimento degli alunni è necessario una sistematicità e un rigore metodologico per definire cosa e come valutare.

Secondo Gattullo (1967) la valutazione è il modo che l'insegnante ha per controllare quello che gli alunni fanno. Per fare ciò ha elaborato una procedura di controllo così costituita:

<i>Definizione dell'oggetto del controllo</i>	Che cosa valutare
<i>Misurazione</i>	Come valutare
<i>Valutazione</i>	Espressione di un giudizio

Perché la valutazione sia rigorosa e permetta di trarre informazioni affidabili e precise sul raggiungimento di specifici obiettivi da parte dell'allievo è necessario che l'insegnante si avvalga di adeguati strumenti di rilevazione, al fine di integrare nel modo più corretto possibile le prassi valutative alle stra-

tegie e ai percorsi didattici promossi (Ferretti & Lovece, 2015; Bolondi *et al.*, 2017). Per fare questo l'insegnante deve avere ben in mente ciò che intende misurare e in base al tipo di obiettivo scelto deve identificare lo strumento che meglio misura tale obiettivo. Lo strumento di misurazione in ogni caso deve essere *valido* ovvero registrare risultati congruenti con gli obiettivi che si vogliono perseguire e *attendibile* ovvero mantenere risultati costanti se usato da correttori diversi o corretto dagli stessi correttori in momenti diversi.

2. LA VALUTAZIONE IN MATEMATICA

Alla luce di quanto detto, è ragionevole considerare la valutazione non solo in termini generali quanto invece strettamente collegata alla disciplina coinvolta, in questo caso la matematica.

L'apprendimento, in matematica, è il risultato di processi complessi, dalle molteplici sfaccettature, che richiedono un lavoro articolato in cui si intrecciano momenti di interazione con l'insegnante e con i compagni e momenti di riflessione e rielaborazione completamente personale. (Bolondi, 2008, p. 7)

Da questa definizione di apprendimento della matematica si desume che affinché l'apprendimento sia riuscito è necessario combinare apprendimenti specifici e distinti.

Per meglio comprendere questo concetto ci viene in aiuto Martha Isabel Fandiño Pinilla (2008) che definisce cinque componenti che costituiscono nel loro insieme l'apprendimento della matematica: apprendimento concettuale, algoritmico, strategico, comunicativo e infine apprendimento e gestione delle trasformazioni semiotiche.

- *Apprendimento concettuale* (noetica). L'apprendimento concettuale consiste nella capacità di comprendere e mettere in relazione concetti matematici, *per esempio spiega ad un compagno che era assente ieri che cos'è una frazione.*
- *Apprendimento algoritmico* (calcolare, operare, ...). L'apprendimento algoritmico consiste nella capacità di eseguire o verificare algoritmi, *per esempio se una matita costa 1€, quanto costano 9 matite?*
- *Apprendimento di strategie* (risolvere, congetturare, ...). L'apprendimento strategico consiste nella capacità di comprendere, analizzare, risolvere e validare problemi, *per esempio con una calcolatrice, trova tre numeri il cui prodotto sia 36, annota passo per passo quello che fai.*
- *Apprendimento comunicativo* (dire, argomentare, validare, dimostrare, ...). Consiste nella capacità di comunicare mediante diversi linguaggi, sia

linguaggi orali che scritti, sia linguaggi formali che informali, *per esempio comunicare al telefono ad un compagno le indicazioni per disegnare le seguenti figure, tu poi vederle, lui no; il tuo messaggio sarà considerato efficace, se il tuo compagno disegnerà bene la figura.*

- *Apprendimento e gestione delle trasformazioni semiotiche* (di trattamento e di conversazione). Consiste nella capacità di trovare altre rappresentazioni semiotiche, nello stesso registro o in registri diversi, *per esempio rappresentare la frazione $\frac{3}{4}$ in tutti i modi possibili, aritmetici, grafici, algebrici, con figure geometriche, sulla linea dei numeri.*

L'apprendimento della matematica è quindi costituito da differenti aspetti, il nostro intento è quello di concentrarci sull'apprendimento strategico. La scelta di focalizzare la nostra attenzione sulla componente dell'apprendimento strategico è legata alle Indicazioni nazionali per il curriculum (MIUR, 2012), testo di riferimento unico per tutti gli insegnanti. La risoluzione di problemi infatti, viene esplicitamente definita l'attività principale da svolgere in classe.

Attraverso l'apprendimento strategico si cerca di potenziare e di dare importanza a procedimenti e strategie che si usano quando si risolve un problema. Bisogna arrivare a convincere tutti gli studenti che quel che conta sono i processi e non i prodotti (Bolondi & Fandiño Pinilla, 2012). L'attività di risoluzione dei problemi è un processo complesso da definire, in quanto, per la maggior parte si svolge all'interno dell'allievo che risolve. Il compito del bambino è quello di usare contemporaneamente più regole e scegliere la successione di azioni che ritiene necessarie per la risoluzione del problema. Questo tipo di processo porta ad un nuovo apprendimento.

Per chiarire meglio cosa si intende per problema riprendiamo una definizione di Martha Fandiño Pinilla (2008), in cui propone di mettere in confronto il termine problema al termine esercizio.

- Per *esercizio* si intende l'uso di regole già apprese e, semmai, in via di consolidamento e rafforzamento.
- Per *problema* si intende l'uso contemporaneo di più regole, o la successione di azioni la cui scelta è atto strategico, creativo, dell'allievo stesso.

In questa trattazione scegliamo inoltre di considerare i termini problema standard e problema non standard in quanto riteniamo sia una distinzione fondamentale per descrivere i compiti da noi selezionati per la ricerca:

- Per *problema standard* si intende un problema che presenta una struttura lineare formata da una parte di testo, in cui sono inseriti i dati numerici e le parole chiave per la risoluzione di un problema e in fondo al testo troviamo una domanda esplicita. Questa tipologia di problema si avvicina molto alla definizione che abbiamo dato precedentemente al

termine esercizio, in quanto si tratta di mettere in atto una o più regole precedentemente apprese.

- Per *problema non standard* si intende un problema che non presenta una struttura lineare, i testi sono originali e inediti e non ci sono parole chiave che permettono di applicare una o l'altra strategia risolutiva, inoltre, in fondo al testo non troviamo una domanda esplicita. Quest'altra tipologia di problema si avvicina molto alla definizione che abbiamo dato precedentemente al termine problema, in quanto si tratta di mettere in atto una serie di procedure, inventarne delle nuove, fare dei tentativi, tornare sui propri passi e verificare se l'applicazione della nuova strategia risulta vincente oppure no.

Nella letteratura nazionale e internazionale esiste un ampio panorama riferito al processo di problem solving e dunque all'apprendimento strategico. A partire dagli studi pioneristici di Polya (Polya, 1945) sono diversi i lavori che si sono concentrati sull'analisi delle difficoltà degli allievi in tale processo in livelli scolastici differenti (English & Watters, 2004; Zan, 2007, 2016; D'Amore, 2014; Jupri, Drijvers, & Van den Heuvel-Panhuizen, 2014; Wijaya *et al.*, 2014; Jupri & Drijvers, 2016). In particolare, si possono rintracciare diverse correnti legate ad esempio:

- alla comprensione del testo (D'Amore, 1996, 2014; Zan, 2007, 2016; Franchini, Sbaragli, & Lemmo, 2017) e al significato delle parole in esso presentate (Ferrari, 2003; Fornara & Sbaragli, 2013; Zan, 2016);
- alla trasformazione del testo in un modello matematico (Duval, 1993; Doerr & English, 2003; Diezmann, Watters, & English, 2004; D'Amore, 2006);
- alla risoluzione matematica e all'interpretazione dei risultati (Schoenfeld, 1991; Palm, 2008; Ferretti, Giberti, & Lemmo, 2018).

3. LO STRUMENTO DI CODIFICA DEI COMPORTAMENTI

Come è stato più volte ripetuto, il nostro obiettivo è quello di costruire uno strumento che ci permetta di far emergere aspetti salienti del processo risolutivo nell'ambito dell'apprendimento strategico, in quanto riteniamo si debba lavorare con i bambini non tanto sul prodotto (risultato) del problema quanto sui comportamenti messi in atto durante il processo di risoluzione dei problemi.

Tale strumento è stato costruito allo scopo di descrivere il comportamento degli studenti coinvolti nella risoluzione di un compito. In particolare, facciamo riferimento allo *strumento di codifica dei comportamenti* elaborato da Lemmo (2017) sulla base sul metodo presentato da Alan H.

Schoenfeld relativo allo studio del processo di problem solving nel libro *Mathematical problem solving* (Schoenfeld, 1985).

Schoenfeld, prima di entrare nel dettaglio dello strumento di osservazione dei comportamenti descrive il processo risolutivo in modo più generale in termini di categorie relative alle conoscenze e ai comportamenti di un possibile solutore. Tale categorizzazione è utile per un'analisi a priori del compito poiché permette di caratterizzare i possibili processi risolutivi attivabili attraverso elementi che possono essere studiati separatamente, anche se ogni categoria si intreccia e interagisce con le altre in modo stretto. Le categorie a cui si riferisce l'autore sono: *risorse, euristiche, controllo e sistemi di convinzioni*.

Le risorse descrivono i fatti matematici e le procedure potenzialmente accessibili al solutore, le euristiche danno significato all'utilizzo di tali risorse, le decisioni di controllo determinano l'efficacia con cui i fatti, le tecniche e le strategie sono implementate, ed infine i sistemi di convinzioni si riferiscono alle concezioni che il solutore ha su di sé, sulla matematica, sul compito.

Oltre a fornire delle indicazioni sull'analisi dei problemi di matematica, Schoenfeld propone uno strumento di osservazione qualitativa dell'individuo nell'atto di risoluzione di un problema, tale osservazione è resa possibile dallo *schema di codifica dei protocolli* da lui sviluppato. Tale schema consiste in un sistema di codici corrispondenti a categorie, che l'autore chiama *episodi*, che classificano i comportamenti del solutore in base a specifiche caratteristiche. Gli episodi definiti da Schoenfeld per descrivere il processo risolutivo sono: *Lettura, Analisi, Pianificazione, Implementazione, Esplorazione, Verifica e Nuove informazioni, Valutazione e Transizioni*. Per rendere univoca la determinazione dei singoli episodi in fase di osservazione Lemmo (2017) ha rielaborato uno schema di codifica definendo un nuovo strumento chiamato *strumento di codifica dei comportamenti* (Tab. 1). Oltre ad aver descritto ogni episodio ha aggiunto un elenco di operazioni che indicheremo con il termine di *Indicatori*, che ci permettono di analizzare in modo più accurato e puntuale ogni episodio durante l'osservazione del processo risolutivo. Tale strumento è stato poi ulteriormente modificato per andare incontro alle nostre esigenze, per questo abbiamo deciso di eliminare l'episodio di Transizione, unire la Pianificazione con l'Implementazione ed infine abbiamo aggiunto alcune modifiche riguardanti i vari indicatori dei differenti episodi. Tale modifiche sono state necessarie in quanto intendiamo sottoporre il nostro strumento a bambini della classe 3^a della scuola primaria. Il quadro teorico di Schoenfeld infatti viene costruito e adottato per lo studio del problem solving di studenti universitari e di scuola secondaria di II seconda grado. Proprio per questo motivo, è stato necessario riadattarlo e modificarlo rispetto all'età scolare dei solutori e alla tipologia di problemi che affrontano.

Tabella 1. – Ridefinizione dello strumento di codifica dei comportamenti rispetto agli episodi; in grassetto le modifiche apportate rispetto agli Indicatori messi a punto da Lemmo (2017).

EPISODI	DESCRIZIONE	OPERAZIONE/INDICATORI
LETTURA	<p>Come nella definizione originale, l'episodio di Lettura comincia quando il soggetto inizia a leggere il testo del compito ad alta voce o in silenzio. Esso non si esaurisce nel processo di lettura ma include anche i silenzi che lo intercalano e lo seguono; essi infatti rappresentano momenti in cui il solutore rielabora le idee e i contenuti proposti nel testo del compito. L'episodio di Lettura è dunque caratterizzato da azioni che seguono lo scopo comune di comprendere il compito ed ogni sua componente a partire dalla sua comunicazione attraverso diversi sistemi di segni. In questa prospettiva, sono compresi nell'episodio Lettura, le azioni e operazioni legate alla verbalizzazione di alcune parti del testo scritto e di esplicitazione dei dati presentati. In sintesi, l'episodio di Lettura viene definito come quell'insieme di azioni in cui il lettore interpreta quello che è presentato nel testo del compito.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Leggere il testo del compito ad alta voce; • Guardare in silenzio il testo del compito; • Seguire con il dito, la penna le righe del testo del compito; • Rileggere parti del testo; • Verbalizzare o ripetere alcune parti del testo.
ANALISI	<p>L'Analisi si riferisce alle azioni compiute secondo lo scopo di riformulare il testo del compito in modo da definire delle prospettive appropriate per comprenderlo pienamente e per raggiungere la soluzione attraverso azioni e operazioni note. Si tratta dell'episodio in cui il solutore cerca di delineare le prospettive e i meccanismi che strutturano le informazioni del compito e che permettono di raggiungere la soluzione. In questo senso, vengono considerate Analisi anche le azioni legate alla presentazione di esempi di altri compiti svolti oppure la proposta di operazioni possibili o procedure ammissibili in riferimento alle varie componenti del compito. In alcuni casi l'Analisi potrebbe essere l'episodio che permette di passare direttamente all'implementazione di un piano strategico; in altri casi, potrebbe essere aggirata per procedere con uno studio esplorativo del compito. L'analisi si riferisce inoltre alla riformulazione di alcune parti del testo del compito.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Parafrasare alcune parti del testo del compito; • Ripetere una parte del testo che contiene un'informazione che il risolutore reputa cruciale alla risoluzione; • Elencare le conoscenze o le procedure legate alle informazioni presentate dal compito; • Attivare procedure tipiche della pratica scolastica relative alle informazioni presentate; • Collegare le informazioni presenti sul compito a conoscenze o compiti già presentati nella pratica scolastica.

<p style="text-align: center;">ESPLORAZIONE</p>	<p>L'episodio di Esplorazione si riferisce all'insieme di azioni in cui il solutore cerca le relazioni che intercorrono tra le informazioni presentate nel compito. Lo scopo principale di tale episodio è quello di scoprire nuove informazioni che possono permettere al solutore di individuare un piano di soluzione del compito. Tali azioni non devono essere confuse con quelle attivate nell'episodio di Analisi poiché mentre l'Analisi è molto più organizzata, l'Esplorazione è più libera e meno legata alla motivazione motore del compito. Le operazioni che il solutore utilizza in questo episodio sono collegate a conoscenze e procedure che il solutore potrebbe riconoscere come collegate al dominio in cui è presentato il compito ma non sono guidate da un'esplicita analogia che il solutore identifica fra il compito in cui è coinvolto e altri noti di cui conosce il processo risolutivo. In alcuni casi, l'Esplorazione potrebbe cominciare a presentare azioni sempre più orientate verso la definizione di un piano strategico. In altri casi, invece, l'Esplorazione rimane incerta, indefinita e si costituisce di una successione di euristiche non sempre legate alle motivazioni del compito.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Operare per tentativi, manipolazioni o misurazioni; • Compiere operazioni non strettamente legate allo scopo del compito, utilizzando i dati presenti nel testo, impliciti o espliciti.
<p style="text-align: center;">PIANIFICAZIONE</p>	<p>Il confine tra la progettazione di un piano per la risoluzione e la sua implementazione è molto labile (molto spesso la progettazione non viene chiaramente esplicitata dal solutore); per questo motivo, esattamente come l'autore, scegliamo di lasciare Pianificazione e Implementazione come un unico episodio. In questo episodio, il solutore elabora e attua una serie di procedure che a suo avviso possono permettergli di giungere alla soluzione e dunque raggiungere la motivazione del compito. Tali procedure possono essere attivate in modo più o meno strutturato e più o meno consapevole.</p> <p>In questo episodio può accadere anche che il solutore espliciti o descriva le procedure che sta attivando ad un altro solutore al fine di condividere la pianificazione o strutturare insieme un progetto di soluzione.</p> <p>Anche in questo caso, è facile confondere questo tipo di episodio con quello di Esplorazione soprattutto quando il solutore non esplicita chiaramente il piano oppure se questo non segue una configurazione precisa e ordinata.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Esplicitare la strategia o le procedure da adottare per determinare la soluzione; • Compiere le procedure da adottare per determinare la soluzione, anche senza esplicitarle; • Scrivere l'operazione o la serie di operazioni che permettono di determinare la soluzione del compito.
<p style="text-align: center;">SOLUZIONE</p>	<p>Si tratta dell'episodio che Schoenfeld denomina Verifica. La scelta di cambiare la denominazione è dovuta alla volontà di non confondere questo episodio con quello di Valutazione che è stato suddiviso in due nuovi episodi. In questo caso, l'episodio fa riferimento al momento in cui viene esplicitata la soluzione da parte del solutore.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Fornire la risposta, ovvero riconoscere di aver conseguito il motivo del compito di risoluzione; • Esplicitare la soluzione, che può essere un risultato ma anche la sua giustificazione, se è richiesta; • Usare espressioni come «Finito».

VALUTAZIONE LOCALE	<p>Nella Valutazione Locale il solutore valuta le operazioni che attiva rispetto agli obiettivi che si sta ponendo. In fase di Lettura, ad esempio, la Valutazione Locale potrebbe essere orientata verso la verifica dell'effettiva comprensione del testo del compito. In fase di Implementazione o Esplorazione, invece, la Valutazione Locale potrebbe essere indirizzato sulla coerenza delle operazioni scelte rispetto allo scopo dell'azione. Consideriamo Valutazione Locale, anche il confronto tra i solutori; ad esempio, quando uno chiede all'altro se comprende o condivide una determinata argomentazione o implementazione di un'operazione.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Tutti i momenti in cui gli studenti si interrogano sulla validità, correttezza di una precisa procedura; • Domande post lettura relative alla comprensione del testo; • Verificare che una data istruzione sia stata seguita in modo corretto; • Verificare se è possibile applicare una data operazione in base alle condizioni del compito.
VALUTAZIONE GLOBALE	<p>Nell'episodio di Valutazione globale il solutore valuta la coerenza e l'utilità delle conoscenze che possiede nel campo del compito e la legittimità delle procedure che sta mettendo in campo rispetto al raggiungimento dell'obiettivo richiesto. Nella Valutazione globale è compresa l'analisi della coerenza della soluzione trovata rispetto alle condizioni iniziali del compito (informazioni) e alle procedure messe in campo per ottenerla. Si tratta dunque di un momento di riflessione sull'intero percorso e non sulla singola procedura effettuata o osservazione emersa. La Valutazione globale comprende anche momenti in cui il solutore esprime le proprie impressioni riguardo alla facilità o difficoltà nel raggiungere l'obiettivo, il suo senso di autoefficacia e di regolazione.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Rilettura con lo scopo di controllare le informazioni, la coerenza del risultato; • Verificare che una successione di procedure sia applicabile in base alle informazioni presentate dal compito. • Usare espressioni come «Facile».

4. I PROBLEMI SELEZIONATI

La nostra scelta, intenzionale, è stata quella di selezionare e quindi proporre due compiti diversi tra loro. Riferendoci alla differenza tra problema standard e problema non standard illustrata nel paragrafo 2. Il primo compito è stato scelto come rappresentante della categoria *problema standard* in quanto il bambino decodifica il testo e applica una o più operazioni mediante strategie già incontrate ed apprese. Mentre il secondo compito è stato scelto come rappresentante della categoria *problema non standard* in quanto il bambino non può semplicemente applicare una strategia precedentemente appresa, ma deve inventarne una nuova, deve fare dei tentativi, tornare sui suoi passi e verificare se l'applicazione della nuova strategia risulta vincente oppure no. Il primo compito è stato selezionato dal libro di testo adottato dalla classe sperimentale mentre il secondo da una prova del Rally Matematico Transalpino. Tale scelta ci ha permesso di proporre alla classe da un lato un problema prodotto dagli autori dei compiti che generalmente il docente propone nella prassi didattica, dall'altro un compito con una formulazione originale rispetto al libro di testo già somministrato in anni precedenti a studenti dello stesso livello scolastico.

In questa prospettiva, il primo punto da tenere in considerazione per l'analisi dei compiti sono le difficoltà che gli studenti potrebbero incontrare nell'intero processo risolutivo.

Qui di seguito presenteremo i compiti selezionati e faremo una analisi a priori riferendoci alle categorie del problem solving, *risorse* ed *euristiche*, definite da Schoenfeld (1985).

PROBLEMA 1

L'autobus numero 6 parte con 7 persone. Alla prima fermata ne scendono 3 e ne salgono 5; alla seconda fermata ne salgono 4 e non scende nessuno. Quante persone ci sono alla fine sull'autobus?

Il problema 1 è tratto dal libro di testo *Traguardo Invalsi Matematica 3* (Bincoletto, Consorti, & Girardi, 2012). Si tratta di un esempio di *problema standard*, in quanto presenta una struttura lineare formata da una parte di testo, che descrive una situazione di vita quotidiana, in cui sono inseriti i dati numerici e le parole chiave per la risoluzione di un problema e in fondo al testo troviamo una domanda esplicita.

Le *risorse* che vengono mobilitate per risolvere il problema sono quelle legate all'insieme dei numeri naturali e delle operazioni e proprietà in esso definite, in particolare addizioni e sottrazioni.

Per quanto riguarda le *euristiche*, è possibile prevedere tre differenti strategie risolutive.

Una prima strategia (E1.1) potrebbe consistere nella decodifica del testo frase dopo frase procedendo con una concatenazione di operazioni riferite ad ogni singolo periodo.

In alternativa, una seconda strategia (E1.2) potrebbe consistere nell'aggiungere il numero di passeggeri che salgono e rispettivamente che scendono per poi aggiungerli e sottrarli al numero di passeggeri iniziale.

Infine, un'ulteriore possibile strategia (E1.3) potrebbe essere quella di costruire un'unica espressione risolutiva decodificando il testo nel suo complesso.

Trattandosi di un problema standard, il primo passo verso la soluzione è la decodifica del testo. In riferimento alle diverse difficoltà evidenziate dalla letteratura, non ci aspettiamo particolari ostacoli per quanto riguarda il significato delle parole. Infatti, nel testo sono presentate parole di uso comune. Per quanto riguarda la comprensione della situazione, si tratta di un contesto familiare per studenti della scuola primaria; nonostante ciò, possiamo ipotizzare che i solutori incontrino delle difficoltà nella gestione dei dati. Ad esempio, è possibile che alcuni di loro non riconoscano tutti i dati presentati nel testo come dati utili per la determinazione della soluzione; oppure che altri non riconoscano il numero dell'autobus come dato inutile per la risoluzione.

In aggiunta, possono insorgere degli ostacoli legati alla trasformazione del testo in un modello matematico. Infatti, la decodifica dei termini «salgono» e «scendono» è cruciale per la scelta delle operazioni da utilizzare per la determinazione della soluzione. È possibile che alcuni studenti identifichino un'unica operazione, ad esempio l'addizione, e la adottino per combinare tutti i numeri presentati nel testo.

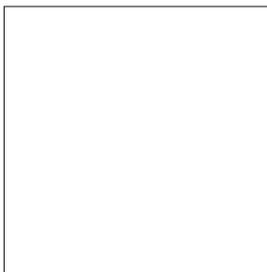
Per quanto riguarda la risoluzione matematica, invece, è possibile che i solutori impostino correttamente le operazioni da svolgere, ma incorrano in errori algoritmici dovuti all'alto numero di dati da gestire, applicando una strategia di calcolo mentale o in colonna.

PROBLEMA 2

Quattro bambini si ritrovano per mangiare una torta quadrata.

- Ogni bambino vuole chiaramente avere la stessa quantità di torta degli altri;*
- due bambini vogliono una fetta di torta di forma quadrata;*
- gli altri due bambini vogliono una fetta di torta di forma triangolare.*

Disegnate, su questo quadrato, una suddivisione che possa soddisfare ogni bambino:



Il problema 2 è tratto dalla prova maggio-giugno 2014 dell'associazione Rally Matematico Transalpino. Questo secondo compito è un esempio di *problema non standard*, in quanto non presenta una struttura lineare, non sono presenti parole chiave che attivano il bambino verso un determinato processo e non viene esplicitata la domanda per la risoluzione del problema.

Le *risorse* che vengono mobilitate sono legate alla scomposizione di figura piane. In particolare, gli studenti devono suddividere la figura presentata, in 4 figure equiestese, in particolare due quadrati e due triangoli. In questa prospettiva, è necessario che lo studenti mobiliti le sue risorse legate al disegno di figure geometriche e all'utilizzo di strumenti quali il righello e la squadra.

Per risolvere il problema 2, gli studenti potrebbero attivare due possibili *euristiche*.

Una prima strategia (E2.1) potrebbe consistere nel determinare due metà della torta e successivamente suddividere ciascuna metà rispettivamente in due quadrati e due triangoli.

In alternativa (E2.2), lo studente potrebbe decidere di suddividere la torta in 4 parti congruenti e successivamente unire due delle quattro parti per determinare i due triangoli richiesti.

Riprendendo le diverse difficoltà evidenziate dalla letteratura (par. 2), anche in questo caso, non ci aspettiamo particolari ostacoli per quanto riguarda il significato delle parole. Occorre però prestare attenzione al fatto che in questo caso sono presenti termini tecnici della geometria quali «quadrato» e «triangolo». Per questo motivo è indispensabile che gli studenti sappiano denominare e riconoscere tali forme geometriche.

Per quanto riguarda la comprensione della situazione e la trasformazione del testo in un modello matematico, possiamo osservare che si tratta di un contesto familiare per studenti della scuola primaria; nonostante ciò, possiamo osservare che il contesto scelto appare alquanto artificioso, in-

fatti la torta presenta una forma insolita, un quadrato, i bambini sono 4 e ognuno di loro deve avere la stessa quantità di torta divisa in fette di forma differenti, due fette a forma di triangolo e due fette a forma di quadrato.

Inoltre, nel testo è implicita una informazione che invece è cruciale per la risoluzione del problema: la torta deve essere divisa interamente in quattro pezzi, tale implicito deve perciò essere chiaramente considerato dal bambino nel momento della risoluzione.

Per quanto riguarda la risoluzione matematica, invece, è possibile che i solutori incontrino delle difficoltà nella manipolazione della figura e nella costruzione del disegno. Ad esempio, indipendentemente dalla strategia scelta, i solutori potrebbero non essere in grado di suddividere il quadrato in parti equiestese utilizzando gli strumenti o i metodi a disposizione, ad esempio il righello oppure la piegatura della carta. D'altro canto, un'ulteriore difficoltà potrebbe essere riscontrata nella determinazione delle due fette triangolari. Ad esempio, lo studente potrebbe riconoscere solo il triangolo equilatero come possibile triangolo e tentare la suddivisione della parte interessata attraverso questa figura.

5. METODOLOGIA

L'applicazione della prova in via sperimentale in classe è stata svolta nell'A.S. 2016/2017 e ha coinvolto una popolazione di studenti di classe terza della Scuola Primaria dell'Istituto Comprensivo Castello di Serravalle – Savigno.

La classe terza della Scuola Primaria di Castello di Serravalle è costituita da 21 bambini. La classe è molto eterogenea, ci sono bambini con bisogni educativi speciali e con difficoltà specifiche dell'apprendimento.

La somministrazione dei compiti è avvenuta in tre momenti distinti.

- Presentazione dell'intervistatore ed esplicitazione degli obiettivi di ricerca;
- Somministrazione del compito;
- Elaborazione dei dati raccolti.

In un primo momento è stato presentato alla classe l'intervistatore e sono stati esplicitati gli obiettivi di ricerca, chiarendo che tale attività non avrebbe portato ad alcuna valutazione da parte dell'insegnante.

In un secondo momento si è passati alla somministrazione del compito. La somministrazione del compito è avvenuta all'esterno dell'aula e gli strumenti utilizzati per l'osservazione dei comportamenti di ciascun bambino, sono stati carta e matita e videoregistrazione. I bambini sono stati divisi in coppie casuali. La scelta delle coppie è stata fatta allo scopo di

ottenere più dati relativi all'interazione tra solutori durante la risoluzione dei problemi. Ogni bambino aveva a disposizione oltre al proprio astuccio, provvisto di matita, righello e gomma, la fotocopia con i due problemi da svolgere; i bambini su tale fotocopia hanno potuto abbozzare e scrivere ciò che volevano.

Alla conclusione dell'attività l'intervistatore ha fatto alle coppie alcune domande chiarificatrici sui loro comportamenti durante la risoluzione dei problemi; tali domande erano aperte e non strutturate.

In un terzo momento, completata la somministrazione dei compiti si è passati alla sbobinatura delle interviste.

Le interviste sono state trascritte su un foglio Excel, ed ogni comportamento è stato classificato rispetto a specifici indicatori, precedentemente determinati. Ogni indicatore è stato inserito all'interno di un episodio.

Identificati i comportamenti rispetto a determinati indicatori, abbiamo evidenziato ogni comportamento con una numerazione diversa a seconda dell'episodio a cui si riferiva. Per ogni coppia abbiamo così ottenuto una trascrizione dei comportamenti numerati e quindi suddivisi per episodio.

Un esempio è riportato nelle seguenti tabelle (*Tabb. 2, 3*)

Tabella 2.
Episodi numerati.

1. LETTURA
2. ANALISI
3. ESPLOREAZIONE
4. PIANIFICAZIONE
5. SOLUZIONE
6. VAL. LOCALE
7. VAL. GLOBALE

Tabella 3.
Esempio di trascrizione diviso per Episodi.

EPISODIO	TRASCRIZIONE
1	S. e M. leggono il testo del problema in silenzio
1	M. usa la penna per tenere il segno
4	S. 7-3
1	M. rilegge il testo
4	M. 7-3 4+4=8
5	M. 8
7	M. facile

6. DISCUSSIONE DEI DATI RACCOLTI

6.1. Analisi del primo problema

Per rendere più chiara la discussione dei dati raccolti, in *Tabella 4* sono indicati: le strategie (euristiche), i comportamenti messi in atto dai bambini durante la risoluzione del primo problema e le soluzioni individuate dalle varie coppie. Tale tabella è stata divisa in due parti: nella prima parte troviamo le coppie che hanno svolto correttamente il compito, nella seconda parte le coppie che sono incorse in errori.

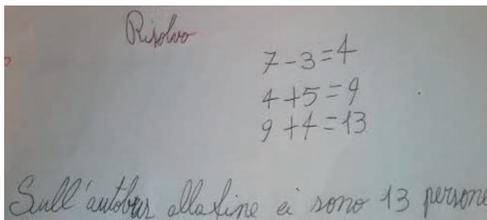
Tabella 4. – Elenco di euristiche, comportamenti e soluzioni riferite al problema 1.

COPPIA	EURISTICA	L*	A	E	P	S	VL	VG	SOLUZIONE INDIVIDUATA
<i>Coppie che hanno svolto correttamente il problema nr. 1</i>									
4	E 1.1	1	-	-	1	1	-	-	13
6	E 1.1	1	-	-	1	1	-	1	13
7	E 1.1	1	-	-	1	1	-	-	13
8	E 1.1	1	-	-	1	1	-	-	13
9	E 1.1	3	2	-	3	1	-	-	13
10	E 1.1	1	1	-	1	2	-	-	13
<i>Coppie che non hanno svolto correttamente il problema nr. 1</i>									
1	E 1.1	2	-	-	2	1	-	1	8
3	E 1.1	2	-	-	2	1	-	-	19
5	E 1.3	1	-	-	1	1	-	-	19

* Con le sigle ci riferiamo al numero di volte in cui sono stati attivati i vari episodi connessi allo strumento di codifica dei comportamenti da noi rielaborato: L = lettura; A = analisi; E = esplorazione; P = pianificazione; S = soluzione; VL = valutazione locale; VG = valutazione globale.

Come emerge dalla tabella, la strategia maggiormente utilizzata risulta essere la strategia E1.1 che consiste nella decodifica del testo frase dopo frase procedendo con una concatenazione di operazioni riferite ad ogni singolo periodo.

In particolare risulta interessante, in riferimento alla strategia E1.1 il protocollo degli studenti della coppia 4 (*Fig. 1*), di cui proponiamo un esempio:



A. e **S.** leggono il testo del problema ognuno per conto proprio in silenzio.

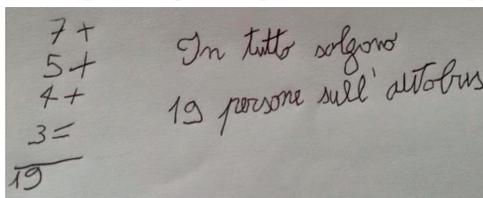
S. risolve a mente con l'uso delle dita il problema.

A.: Se ci sono sette persone e ne scendono tre, ne salgono 5... 9 e ne salgono 4, 13.

Figura 1. – Immagine del foglio su cui ha lavorato la coppia 4.

Una sola coppia utilizza la strategia E 1.3 che consiste nel costruire un'unica espressione risolutiva decodificando il testo nel suo complesso.

Per comprendere meglio quest'ultima strategia risolutiva E 1.3 riportiamo qui di seguito il protocollo della coppia 5 (Fig. 2).



G. e N. leggono il testo del problema ad alta voce.

G. e N. rileggono il testo a voce bassa.

G.: L'autobus parte con 7 persone, 3 più 5 più 4... umh 19.

N.: Quindi $7 + 5 + 4 + 3$.

Figura 2. – Immagine del foglio su cui ha lavorato la coppia 5.

Per quanto riguarda i comportamenti dei bambini di fronte al problema, in riferimento allo strumento di codifica da noi rielaborato, possiamo affermare che tutti gli studenti hanno seguito una certa successione degli episodi, in particolare in tutte le coppie è stato registrato un comportamento del tipo: Lettura, Pianificazione ed esplicitazione della Soluzione.

Per spiegare meglio questa successione di episodi, forniamo qui di seguito un esempio tratto dal protocollo degli studenti della coppia 7 relativo ai vari episodi registrati (Tab. 5).

Tabella 5. – Trascrizione di parte della discussione della coppia 7 con relativa codifica in episodi.

TRASCRIZIONE	DESCRIZIONE E CODIFICA IN EPISODI
G. e J. leggono a voce bassa il testo del problema	Il processo risolutivo comincia con un episodio di Lettura . Infatti, i bambini leggono il testo del problema.
G.: L'autobus numero 6 parte con 7 persone quindi dobbiamo fare meno G.: Il 6 è un dato inutile quindi facciamo $7 - 3 + 5$ J.: $4 + 5 = 9 + 4 = 14$	Successivamente, gli studenti identificano il numero 6 come dato inutile ed infine procedono attivando l'episodio di Pianificazione esplicitando le espressioni da adottare per determinare la soluzione.
G.: Si 14	Alla conclusione, G. indica la soluzione numerica del problema e quindi passa all'episodio Soluzione .

Solo in alcuni casi sono stati registrati altri comportamenti; in particolare in alcune coppie, che hanno svolto correttamente il problema, notiamo l'attivarsi del episodio di Analisi e di Valutazione Globale mentre, tra le coppie che non hanno svolto correttamente il problema osserviamo l'attivarsi dell'episodio di Valutazione Globale.

La mancanza di determinati episodi è probabilmente dovuta al fatto che il problema proposto era standard ovvero presentava una struttura lineare in cui il bambino doveva mettere in atto procedimenti precedentemente appresi senza il bisogno di inventare nuove procedure.

Risulta ora interessante analizzare le coppie che hanno svolto in modo errato il problema per individuare analogie e differenze in relazione alle euristiche, ai comportamenti e alle soluzioni individuate.

Nonostante la coppia 1 e la coppia 3 abbiamo utilizzato la stessa strategia notiamo come la soluzione sia differente; tale differenza è dovuta al fatto che le diverse coppie incontrano difficoltà diverse nello stesso episodio, in questo caso nell'episodio di lettura. Infatti mentre la coppia 1 trova difficoltà in quanto reperisce una sola informazione per frase, la coppia 3 trova difficoltà in quanto vuole utilizzare tutti i dati presenti nel testo.

Qui di seguito (Tab. 6) forniremo parte del protocollo delle due coppie per meglio chiarire ciò che i bambini hanno fatto.

Tabella 6. – Trascrizione dell'episodio di Lettura della coppia 1 e 3.

TESTO DEL PROBLEMA	SOBOINATURA DELLA COPPIA 1	SOBOINATURA DELLA COPPIA 3
L'autobus numero 6 parte con 7 persone.	S. e M. leggono il testo del problema.	T. e E. leggono il testo in silenzio E.: $6 + 7 = 13$
Alla prima fermata ne scendono 3 e ne salgono 5.	S.: $7 - 3 = 4$ M. rilegge il testo.	E.: $13 - 3 = 10$ T.: <i>Ah perché non ci avevo pensato prima, poi facciamo $10 + 5 = 15$</i>
Alla seconda fermata ne salgono 4 e non scende nessuno.	M.: $4 + 4 = 8$ M.: <i>facile</i>	E.: $15 + 4 = 19$ E.: <i>Sull'autobus ci sono 19 persone alla fine</i>

Inoltre ciò che ci ha sorpresi sono le due coppie che ottengono lo stesso risultato, ovvero 19.

Nonostante abbiamo ottenuto due soluzioni uguali, hanno utilizzato strategie diverse e hanno trovato difficoltà in processi differenti. La coppia 3 infatti, commette un errore durante il processo di Lettura in quanto non riconosce il numero del autobus come dato inutile, come si può osservare di seguito (Fig. 3).

La coppia 5 invece, identifica il numero del autobus come dato inutile ma incorre in un errore durante la fase di Pianificazione, in particolare, non associa alle «discesa» l'operazione di sottrazione e per questo motivo compie solo addizioni (Fig. 4).

$$7 + 6 = 13 \quad 13 - 3 = 10 \quad 10 + 5 = 15 \quad 15 + 4 = 19$$

Sull' autobus ci sono 19 persone alla fine

Figura 3. – Immagine del foglio su cui ha lavorato la coppia 3.

$$\begin{array}{r} 7+ \\ 5+ \\ 4+ \\ 3= \\ \hline 19 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{In tutto sorgono} \\ 19 \text{ persone sull' autobus} \end{array}$$

Figura 4. – Immagine del foglio su cui ha lavorato la coppia 5.

Da queste analisi emerge quindi come sia importante focalizzare l'attenzione non tanto sull'errore, quanto sulla causa che ha portato il bambino a sbagliare e porvi rimedio.

7. DISCUSSIONE DEI DATI RACCOLTI

7.1. *Analisi del secondo problema*

Come per il precedente problema, qui di seguito è riportata una tabella che indica le Euristiche e i comportamenti messi in atto dai bambini durante la risoluzione del secondo problema (Tab. 7).

Come è possibile osservare dalla tabella riassuntiva, le strategie utilizzate risultano essere differenti tra le varie coppie. La strategia maggiormente utilizzata risulta essere la strategia E 2.1 che consiste nel determinare due metà della torta e successivamente suddividere ciascuna metà rispettivamente in due quadrati e due triangoli.

Tale strategia viene scelta sia dai bambini che svolgono correttamente il problema sia dai bambini che incorrono in errore (Fig. 5).

Coloro che incorrono in errore hanno sì colto l'implicito del testo di utilizzare tutta la torta ma riscontrano delle difficoltà nel momento in cui hanno dovuto disegnare i due triangoli (Fig. 6).

Tale difficoltà era già stata preannunciata durante l'analisi a priori dei problemi. Questa problematicità potrebbe essere dovuta al fatto che l'insegnante ha sempre fatto vedere la solita e ripetuta posizione di triangolo, spesso presentato equilatero.

Tabella 7. – Elenco di euristiche, comportamenti e soluzioni riferite al problema 2.

COPPIA	EURISTICA	L*	A	E	P	S	VL	VG
<i>Coppie che hanno svolto correttamente il problema nr. 2</i>								
1	E 2.2	2	1	1	1	1	2	-
3	E 2.1	4	2	4	3	2	1	2
10	E 2.1	2	1	1	1	1	1	1
<i>Coppie che non hanno svolto correttamente il problema nr. 2</i>								
4	E 2.1	3	1	1	-	-	-	-
5	E 2.1	2	1	1	1	1	-	1
6	E*	1	1	-	1	-	-	-
7	E*	3	1	-	1	1	2	-
8	E*	2	2	-	1	1	-	2
9	E 2.1	4	1	1	-	1	4	1

* Con le sigle ci riferiamo ai vari episodi connessi allo strumento di codifica dei comportamenti da noi rielaborato: L = lettura; A = analisi; E = esplorazione; P = pianificazione; S = soluzione; VL = valutazione locale; VG = valutazione globale.

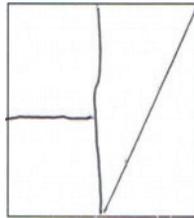


Figura 5. – Immagine del modello costruito dalla coppia 3.

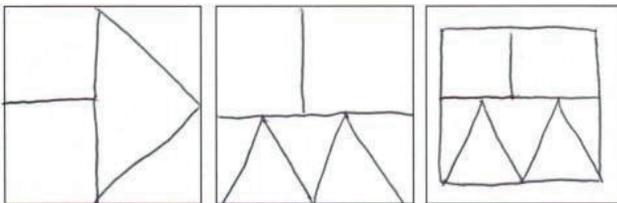


Figura 6. – Immagine dei modelli rispettivamente delle coppie: 4, 5, 9.

Solo una coppia decide di utilizzare la strategia E 2.2 che consiste nel suddividere la torta in 4 parti congruenti e successivamente unire due delle quattro parti per determinare i due triangoli richiesti (Fig. 7). Tale strategia risulta vincente.

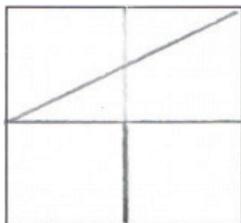


Figura 7. – Immagine del modello della coppia 1.

Inoltre notiamo come tre coppie abbiano utilizzato una strategia che non avevamo ipotizzato a priori. In particolare, durante l'analisi a priori siamo sempre partiti dalla torta quadrata e da lì abbiamo elaborato dei processi risolutivi. Una euristica quindi che non avevamo valutato è quella di non partire dalla torta bensì dalla costruzione delle fette. La scelta di questa strategia molto probabilmente è dovuta al fatto che i bambini non hanno colto l'implicito del testo di utilizzare tutta la torta, di conseguenza hanno operato partendo dalla suddivisione della torta in quattro fette, due quadrate e due triangolari (Fig. 8).



Figura 8. – Immagine del modello della coppia 8.

Un altro aspetto molto interessante relativo a tale strategia è il fatto che i bambini non considerano in alcun modo il quadrato, ovvero la torta. La torta per i bambini non serve a nulla. Il caso più evidente si registra nella coppia 6, in quanto i bambini addirittura decidono di disegnare le quattro forme all'esterno della torta, le fette sono «uscite dalla torta».

Qui di seguito l'esempio tratto dall'immagine presentata dalla coppia 6 (Fig. 9).

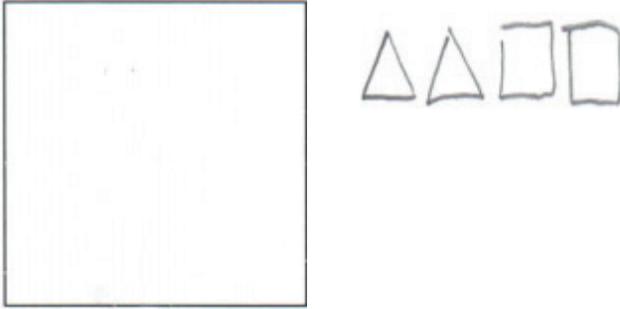


Figura 9. – Immagine del modello della coppia 6.

Per quanto riguarda i comportamenti registrati possiamo notare come non ci sia una successione comune tra le varie coppie. Solo chi riesce ad attivare tutti gli episodi arriva ad una soluzione corretta. Tale comportamento era già stato ipotizzato in quanto si tratta di un problema non standard, per cui il bambino deve mettere in atto una serie di procedure, inventarne delle nuove, fare dei tentativi, tornare sui propri passi e verificare se l'applicazione della nuova strategia risulta vincente oppure no. Osservando la *Tabella 7*, notiamo infatti come molte coppie non riescano ad attivare tutti gli episodi, in particolare si può osservare come in alcuni casi manchi l'episodi di Esplorazione e Valutazione.

In particolare facendo riferimento alla strategia non ipotizzata a priori E^* notiamo come in tutte e tre le coppie manchi l'episodio di Esplorazione. Questo potrebbe essere dovuto al fatto che i bambini non considerano tale problema come problema non standard e per questo attuano un processo risolutivo molto lineare. Per quanto riguarda invece gli episodi di Valutazione notiamo come i bambini non siano in grado di attivare una valutazione autonomamente e così cadono in errore.

8. CONCLUSIONI

Lo scopo della nostra ricerca è stato quello di elaborare uno strumento che ci permettesse di cogliere i comportamenti dei bambini durante i processi di risoluzione dei problemi in un'ottica di valutazione formativa.

Per raggiungere tale scopo ci siamo occupati della valutazione in matematica e in particolare abbiamo focalizzato la nostra attenzione sulla componente dell'apprendimento strategico. Proprio a partire dalle ricerche

condotte in didattica della matematica abbiamo trovato alcuni esempi di strumenti nati per l'osservazione e la valutazione dei processi dell'apprendimento strategico.

In particolare, ci è apparso molto interessante lo strumento di codifica elaborato da Lemmo (2017) sulla base del modello presentato da Alan H. Schoenfeld relativo allo studio del processo di problem solving nel libro *Mathematical problem solving*.

Partendo da quello ne abbiamo costruito uno nostro che ci permettesse di analizzare i comportamenti dei bambini di fronte a due problemi, uno standard e uno non standard.

In particolare questo strumento è costituito da sette episodi ognuno formato da indicatori specifici che ci permettono di analizzare in modo più accurato e puntuale ogni episodio durante l'osservazione del processo risolutivo.

Facendo riferimento al primo problema, definito come problema standard, abbiamo osservato come tutti i comportamenti registrati siano uniformi tra loro; in altre parole attraverso lo strumento di codifica abbiamo notato come tutte le nove coppie attivino successivamente l'episodio di Lettura, l'episodio di Pianificazione e l'episodio di Soluzione.

Questo comportamento dei bambini era abbastanza prevedibile in quanto si tratta di un problema che presenta una struttura lineare, formata da una parte di testo, in cui sono inseriti dati numerici. L'allievo per la risoluzione di questo problema possiede già tutti gli strumenti per svolgerlo, non deve mettere in atto strategie o procedure nuove rispetto a quelle già acquisite. Per questo motivo risulta naturale procedere con la Lettura del testo, per poi passare alla decodifica del testo in espressione o operazione numerica che consiste proprio nell'attivazione dell'episodio di Pianificazione ed infine arrivare all'esplicitazione della Soluzione senza alcuna riflessione ulteriore. Proprio per questo motivo, sono completamente assenti gli episodi di Esplorazione e di Valutazione Locale, mentre compare in solo due coppie l'episodio di Analisi e di Valutazione Globale. Questo è un segnale negativo, nel senso che se davanti ai problemi standard gli studenti si «dimenticano» di attivare i processi di controllo e valutazione delle strategie e dei risultati, per forza poi dalla letteratura vediamo tutti quei comportamenti stereotipati (Zan, 2007; D'Amore, 2014).

Compito dell'insegnante è quindi quello di incoraggiare l'attivazione di tutti gli episodi, in modo da evitare che anche davanti a problemi non standard (che l'alunno percepisce come standard) ci sia un alto numero di fallimenti.

Inoltre, entrando più nel dettaglio dell'analisi compiuta sui dati raccolti durante la somministrazione, lo strumento di codifica dei comporta-

menti dei bambini ci ha permesso di vedere come difficoltà apparentemente diverse, legate a processi diversi e soluzioni diverse siano però legate ad uno stesso tipo di difficoltà. Da ciò emerge quindi come sia importante prestare una massima attenzione ai processi volti alla risoluzione dei problemi. Solo attraverso un'osservazione attenta e accurata sui processi risolutivi è possibile cogliere in pieno le difficoltà incontrate dai bambini. I dati raccolti ci confermano, infatti, come difficoltà incontrate nello stesso episodio da diverse coppie possano essere dovute a fattori diversi, nello specifico abbiamo osservato come due coppie trovano difficoltà legate all'episodio di Lettura, però mentre una coppia ha difficoltà in quanto reperisce una sola informazione per frase, l'altra coppia trova difficoltà in quanto vuole utilizzare tutti i dati presenti nel testo. Sempre analizzando i dati raccolti emerge un altro interessante esempio.

Due coppie forniscono la stessa soluzione errata nonostante abbiamo trovato difficoltà in processi diversi. Una coppia, infatti, commette un errore durante il processo di Lettura: non riconosce il numero del autobus come dato inutile. In modo diverso, l'altra coppia identifica il numero dell'autobus come dato inutile ma incorre in un errore durante la fase di Pianificazione; in particolare, non associa alle «discesa» l'operazione di sottrazione e per questo motivo compie solo addizioni.

Da questo esempio emerge dunque come sia importante focalizzare l'attenzione sui processi risolutivi. Se non avessimo osservato i comportamenti messi in atto dalle coppie molto probabilmente avremmo concluso che entrambe presentavano gli stessi tipi di difficoltà. È per questo motivo che crediamo sia indispensabile utilizzare uno strumento per la valutazione formativa dell'apprendimento strategico, in quanto sono molteplici le variabili che entrano in gioco durante tali processi.

Facendo invece, riferimento al secondo problema non standard, osserviamo come i comportamenti delle varie coppie cambino. Tale cambiamento ci ha permesso di avviare delle prime considerazioni. In prima battuta si può constatare come solo chi riesce ad attivare tutti gli episodi risolve il problema in modo corretto. In particolare coloro che non attivano l'episodio di Esplorazione non riconoscono nel problema sottoposto un problema non standard e per questo risolvono il problema in modo lineare senza fare tentativi e senza ricercare strategie nuove.

Un altro episodio importante da attivare per la risoluzione di problemi non standard è quello della Valutazione. Come emerge dai dati riportati nella tabella del paragrafo precedente, non sono tante le coppie che attivano autonomamente episodi di Valutazione; le coppie che svolgono correttamente il compito attivano più o meno sia la Valutazione Locale che la Valutazione Globale mentre, le coppie che non svolgono correttamente

il problema non sempre le attivano e questo sicuramente può portare i bambini ad errori.

In generale, il nostro strumento di codifica ci ha permesso di verificare nel dettaglio come si svolgesse il processo risolutivo, in altri termini tale strumento ci ha consentito di controllare se i bambini attivano tutti gli episodi o solo alcuni. Nel caso in cui i bambini non attivino autonomamente tutti gli episodi è compito dell'insegnante intervenire, per fare in modo di attivarli e per giungere alla soluzione. Nel corso della nostra indagine qualitativa, l'intervento dell'intervistatore si è accorto della mancanza di un episodio e per questo ha fatto in modo di attivarla nella coppia attraverso domande mirate. Attraverso questo schema di comportamento, 5 coppie su 6 sono arrivate alla soluzione corretta.

Tale ricerca non è però esente da alcuni limiti. In primo luogo essendo un'indagine qualitativa ha richiesto molto tempo e per questo motivo il nostro campione di ricerca risulta essere abbastanza ridotto.

Proprio per questa ragione nelle considerazioni finali possiamo riferirci solo ai due problemi sottoposti, uno standard e uno non standard, e alle nove coppie a cui abbiamo somministrato il compito.

Sarebbe interessante ampliare il numero di studenti a cui somministrare i problemi per constatare se in effetti, queste osservazioni sono valide anche per un campione più ampio oppure sono da riferirsi solo a questi casi.

Un altro limite legato a questo strumento di codifica riguarda il tempo che l'uso di tale strumento richiede all'insegnante; come, infatti abbiamo più volte sottolineato tale valutazione richiede all'insegnante di essere presente per osservare i comportamenti dei bambini durante l'intero processo risolutivo. D'altro canto però valutare l'apprendimento in un'ottica formativa significa proprio questo, ovvero osservare i singoli comportamenti e apprendimenti per acquisire un flusso costante di informazioni che permettano all'insegnante di progettare e riprogettare la propria didattica in base alle esigenze dei singoli bambini.

Un possibile sviluppo futuro potrebbe essere quello di trasformare il nostro strumento di codifica dei comportamenti in uno strumento che sia effettivamente fruibile in classe, per fare ciò è necessaria una sua rielaborazione per renderlo generale sia per problemi standard che per problemi non standard.

Un eventuale utilizzo concreto di questo strumento potrebbe essere quello di lavorare su ogni singolo episodio attraverso domande mirate che permettano all'insegnante di osservare come si sono evoluti i vari episodi nel processo risolutivo. Questo utilizzo permetterebbe all'insegnante di ridurre notevolmente i tempi dedicati alla somministrazione dei problemi. Tali domande però devono essere specifiche e devono cercare di attivare nei bambini quegli episodi che non riescono ad attivare autonomamente.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Bincoletto, F., Consorti, M. L., & Girardi, M. (2012). *Traguardo Invalsi matematica 3*. Treviso: Tredici.
- Bolondi, G. (2008). Prefazione a *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Trento: Erikson.
- Bolondi, G., & Fandiño Pinilla, M. I. (2012). *I quaderni della didattica*. Napoli: Edises.
- Bolondi, G., Ferretti, F., Gimigliano, A., Lovece, S., & Vannini, I. (2017). The use of videos in the training of math teachers: Formative assessment in math teaching and learning. In P. G. Rossi & L. Fedeli, *Integrating video into pre-service and in-service teacher training hershey*. Hershey, PA: IGI Global, ch. 7, 128-145.
- D'Amore, B. (1996). Difficoltà nella lettura e nella interpretazione del testo di un problema. *Bollettino degli Insegnanti di Matematica del Canton Ticino*, 32, 57-64.
- D'Amore, B. (2006). Oggetti matematici e senso. Le trasformazioni semiotiche cambiano il senso degli oggetti matematici. *La Matematica e la sua Didattica*, 4, 557-583.
- D'Amore, B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Modena: Digital Docet.
- Domenici, G. (2003). *Manuale della valutazione scolastica*. Bari: Laterza.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- English, L., & Watters, J. (2004). Mathematical modeling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 58-79.
- Fandiño Pinilla, M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Trento: Erikson.
- Ferrari, P. L. (2003). Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore. *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 26(4), 469-496.
- Ferretti, F., Giberti, C., & Lemmo, A. (2018). The Didactic Contract to interpret some statistical evidence in mathematics standardized assessment tests. *EURASIA – Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(7): 2895-2906.
- Ferretti, F., & Lovece, S. (2015). La valutazione formativa per la didattica della matematica nell'ambito del progetto FAMTL. Le concezioni degli studenti

- di scuola media nei confronti degli strumenti di verifica utilizzati in classe. *Ricerca di Pedagogia e Didattica – Journal of Theories and Research in Education*, 10(2), 39-68.
- Fornara, S., & Sbaragli, S. (2013). Italmatica. Riflessioni per un insegnamento/apprendimento combinato di italiano e matematica. In B. D'Amore & S. Sbaragli (a cura di), *La didattica della matematica come chiave di lettura delle situazioni d'aula* (pp. 33-38). Bologna: Pitagora.
- Franchini, F., Lemmo, A., & Sbaragli, S. (2017). Il ruolo della comprensione del testo nel processo di matematizzazione e modellizzazione. *Didattica della Matematica. Dalle ricerche alle pratiche d'aula*, 1, 38-63.
- Gattullo, M. (1967). *Didattica e docimologia*. Roma: Armando.
- Jupri, A., & Drijvers, P. H. M. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in algebra. *EURASIA – Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481-2502.
- Jupri, A., Drijvers, P., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 683-710.
- Lemmo, A. (2017). *Dal formato cartaceo al formato digitale. Uno studio qualitativo di test di matematica*. Tesi di dottorato. <http://hdl.handle.net/10447/220968>
- MIUR – Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Amsterdam: Elsevier.
- Vertecchi, B. (2003). *Manuale della valutazione*. Milano: FrancoAngeli.
- Wijaya, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, 11(3), 555-584.
- Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Milano: Springer.
- Zan, R. (2016). *I problemi di matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Roma: Carocci.

RIASSUNTO

L'obiettivo di questo lavoro è fornire all'insegnante uno strumento utile per valutare i processi di problem solving in studenti della scuola primaria. La nostra attenzione è focalizzata sulla valutazione formativa. A partire da questa scelta, approfondiamo il tema della valutazione in matematica, in particolare su una delle componenti dell'apprendimento in matematica: l'apprendimento strategico. A tale scopo, descriviamo uno strumento che permetta di cogliere il comportamento degli studenti coinvolti nella risoluzione di un problema di matematica. Tale strumento, chiamato «strumento di codifica dei comportamenti», si basa sul modello presentato da Alan H. Schoenfeld relativo allo studio del processo di problem solving. Per validare lo strumento abbiamo selezionato e analizzato due compiti di matematica che abbiamo successivamente sottoposto ad un gruppo di studenti della scuola primaria. In questo lavoro vedremo come «lo strumento di codifica dei comportamenti» presentato sia funzionale all'insegnante che intende valutare studenti coinvolti in un compito di matematica per monitorare il processo di problem solving.

Parole chiave: Processo di problem solving; Strumento di codifica dei comportamenti; Valutazione del problem solving; Valutazione formativa.

How to cite this Paper: Bartolini, G., Bolondi, G., & Lemmo, A. (2018). Valutare l'apprendimento strategico: uno studio empirico per l'elaborazione di uno strumento [Evaluating strategic learning: An empirical study for the elaboration of an instrument]. *Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies*, 18, 99-125. DOI: <http://dx.doi.org/10.7358/ecps-2018-018-bart>